Доклады Академии Наук СССР 1934
Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS

МАТЕМАТИКА

А. МАРКОВ

ОБ ИЗОТОПИИ КОМПАКТНЫХ МНОЖЕСТВ В ЭВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

(*Представлено академиком С. Н. Бернштейном 4 VI 1934*)

Пусть A точечное множество в топологическом пространстве R; $\{\varphi_t\}_{0\leq t\leq 1}$ система отображений множества A на подмножества пространства R, отображений зависящих от вещественного параметра t, пробегающего отрезок [0,1]. Будем говорить, что эта система есть деформация A в R, если: 1° $\varphi_t x$ есть непрерывная функция числа t, и точки $x \in A$; 2° φ_0 есть тождественное отображение множества A. Отображение φ_1 будем тогда называть результатом деформации $\{\varphi_t\}$. Эту последнюю мы будем называть изотопической если все φ_t суть топологические отображения множества A.

Пусть теперь h какое либо топологическое отображение множества A на подмножество пространства R. Условимся говорить, что h есть слабая изотопия в пространстве R, если это отображение может быть представлено как результат изотопической деформации A в R. Тогда имеем следующую теорему.

Если A компактное в себе подмножество m-мерного эвклидова пространства E^m и

$$m \geq 2 \dim A + 2, \qquad [1]$$

то всякое топологическое отображение множества A на какое либо подмножество пространства E^m есть слабая изотопия.

Доказательство этого факта может быть построено по образцу изящного доказательства теоремы Менгер-Нёбелинга (1) о вмещении пространств конечных размерностей в эвклидовы пространства, недавно данного В. Гуревичем (2). Наметим здесь ход рассуждения. Пусть h интересующее нас топологическое отображение множества A. Рассмотрим всегда непустое множество $\mathfrak{d}(h, E^m)$ всех деформаций A в E^m с результатом h. В этом множестве введем расстояние $\hat{\rho}(\varphi_1, \psi)$ между двумя деформациями $\varphi = \{\varphi_t\}$ и $\psi = \{\psi_t\}$, определяя его равенством:

$$\hat{\rho}(\varphi, \psi) = \sup \rho(\varphi_t x, \psi_t x),$$

где через $\rho(y, z)$ мы обозначаем эвклидово расстояние между точками y и z пространства E^m. Множество $\mathfrak{d}(h, E^m)$ становится при этом полным метрическим пространством. Я утверждаю, что в этом пространстве изотопические деформации с результатом h образуют множество дополнительное к множеству I категории в смысле Бэра.

Чтобы доказать это предложение образуем при всяком $\varepsilon > 0$ множество всех деформаций $\varphi = \{\varphi_t\} \in \mathfrak{d}(h, E^m)$, удовлетворяющих следующему условию: при всяком $t \in [0,1]$ отображение φ_t есть ε — отображение в смысле П. С. Александрова (3). Обозначая это множество через G_ε,

а интересующее нас множество всех изотонических деформаций с результатом h через D имем очевидно

$$D=\prod_{\nu=1}^{\infty} G_{\frac{1}{\nu}}.$$

Нетрудно видеть, что G_ε открыты в $\mathfrak{d}(h, E^m)$. Наше утверждение будет следовательно доказано если нам удастся установить, что каждое из этих множеств всюду плотно в $\mathfrak{d}(h, E^m)$, т. е. другими словами, что при всяком $\varepsilon>0$ и всяком $\varphi \in \mathfrak{d}(h, E^m)$ существует $\psi \in G_\varepsilon$ такое что $\hat{\rho}(\varphi, \psi)<\varepsilon$. Доказательство этого последнего утверждения основано на следующей элементарной лемме.

Если $f_\nu(\nu=1,\ldots,r)$ r непрерывных отображений отрезка $[0,1]$ в E^m, то при всяком $\varepsilon>0$ существует r непрерывных отображений $g_\nu(\nu=1,\ldots,r)$ того же отрезка в E^m таких, что

$$\rho(f_\nu(t), g_\nu(t))<\varepsilon \quad (\nu=1,\ldots,r;\ 0\leqq t\leqq 1)$$

и что никакие q из r точек

$$g_1(t),\ldots,g_r(t) \qquad [2]$$

ни при каком $q=1,\ldots,m$ и ни при каком $t\in[0,1]$ не лежат в одном q—2-мерном линейном подпространстве пространства E^m.

Установив это, можно закончить доказательство следующим образом.

Пусть $\varphi \in \mathfrak{d}(h, E^m)$, $\varepsilon>0$. Возьмем положительное число $\eta<\min\left[\varepsilon, \frac{1}{2}\right]$ так, чтобы из неравенств $\rho(x', x'')<\eta$ и $|t'-t''|>\eta$, где $x'\in A, x''\in A$ $t'\in[0,1]$, $t''\in[0,1]$, следовало неравенство $\rho(\varphi_{t'}, x', \varphi_{t''} x'')<\frac{\varepsilon}{6}$. Покроем множество A конечной системой непустых множеств $U_\nu(\nu=1,\ldots,r)$, открытых относительно A, с диаметрами меньшими η и таких, что порядок системы $\{U_\nu\}_{\nu=1}^r$ не превосходит $\dim A+1$. В каждом из U_ν возьмем по точке x_ν. Тогда в силу леммы существует r непрерывных отображений $g_\nu(\nu=1,\ldots,r)$ отрезка $[0,1]$ в E^m таких, что

$$\rho(\varphi_t x_\nu, g_\nu(t))<\frac{\varepsilon}{6} \qquad (\nu=1,\ldots,r;\quad 0\leqq t\leqq 1)$$

и что никакие q из точек [2] не лежат в одном q — 2-мерном линейном подпространстве пространства E^m ни при каком $q=1,\ldots,m$ и ни при каком $t\in[0,1]$. Положим при всяком $x\in A$

$$p_\nu(x)=\rho(x, A-U_\nu) \qquad (\nu=1,\ldots,r),$$

$$\psi_t x=\frac{\sum_{\nu=1}^{r} p_\nu(x)\, g_\nu(t)}{\sum_{\nu=1}^{r} p_\nu(x)} \qquad (\eta\leqq t\leqq 1-\eta),$$

$$\psi_t x=\left(1-\frac{t}{\eta}\right)x+\frac{t}{\eta}\psi_\eta x \qquad (0\leqq t\leqq \eta),$$

$$\psi_t x=\left(1-\frac{1-t}{\eta}\right)h(x)+\frac{1-t}{\eta}\psi_{1-\eta} x \qquad (1-\eta\leqq t\leqq 1),$$

где сложение и умножение в соответствующих местах имеют векторный смысл (умножение является тогда умножением вектора на вещественное число). Мы получаем таким образом систему $\psi = \{\psi_t\}$ отображений множества A. Она очевидно является деформацией A в E^m с результатом h. Пользуясь неравенством [1], можно наконец показать, что ψ обладает всеми желаемыми свойствами.

Научно-исследовательский институт
математики и механики Ленинградского
государственного университета.

Поступило
4 VI 1934.

MATHÉMATIQUES

UN THÉORÈME SUR L'ISOTOPIE DES ENSEMBLES COMPACTS DANS LES ESPACES EUCLIDIENS

Par A. MARKOV (MARKOFF)

(*Présenté par S. Bernstein, de l'Académie, le 4. VI. 1934*)

Soit A un ensemble dans l'espace topologique R; $\{\varphi_t\}_{0 \leq t \leq 1}$ un système de représentations de A en sousensembles de R au paramètre réel t parcourant le segment [0,1]. Convenons de dire que ce système est une déformation de A dans R si: 1° $\varphi_t\ x$ est une fonction continue du nombre réel t et du point x de l'ensemble A; 2° φ_0 est la représentation identique de A. Ces conditions étant remplies, la représentation φ_1 sera appelée le résultat de la déformation $\{\varphi_t\}$. Cette déformation sera appelée une déformation isotopique si tous les φ_t sont des homéomorphismes de l'ensemble A.

Soit maintenant h un homéomorphisme de A en un sousensemble de R. Convenons de dire que cet homéomorphisme est une isotopie faible dans R, s'il peut être présenté comme résultat d'une déformation isotopique de A dans R. Nous avons alors le théorème suivant.

Si A est un sousensemble compact en soi de l'espace Euclidien à m dimensions E^m et si on a

$$m \geqslant 2 \dim A + 2, \qquad [1]$$

alors chaque homéomorphisme de A en un sousensemble quelconque de E^m est une isotopie faible dans E^m.

La démonstration de ce fait peut être construite d'après le modèle de la démonstration élégante du théorème de Menger-Nöbeling (1) sur l'immersion des espaces de dimensions finies dans les espaces Euclidiens, donnée récemment par M. Hurewicz (2). Voici une esquisse brève du raisonnement.

Soit h l'homéomorphisme en question de l'ensemble A. Considérons l'ensemble sûrement non vide $\mathfrak{d}(h, E^m)$ de toutes les déformations de A dans E^m au résultat h. Dans cet ensemble on peut introduire

la distance mutuelle $\hat{\rho}(\varphi, \psi)$ des deux transformations $\varphi = \{\varphi_t\}$ et $\psi = \{\psi_t\}$ en la définissant par la formule

$$\hat{\rho}(\varphi, \psi) = \sup \rho(\varphi_t x, \psi_t x),$$

où $\rho(y, z)$ désigne la distance mutuelle Euclidienne des points y et z de E^m. L'ensemble $\mathfrak{d}(h, E^m)$ devient alors un espace métrique complet. Je dis que dans cet espace les déformations isotopiques au résultat h forment un ensemble résiduel.

Pour démontrer cette proposition formons pour chaque $\varepsilon > 0$ l'ensemble G_ε de toutes les déformations $\varphi = \{\varphi_t\} \in \mathfrak{d}(h, E^m)$ satisfaisant à la condition suivante: pour chaque $t \in [0,1]$ la représentation φ_t est une „ε-Abbildung“ au sens de M. Alexandroff (3). On a alors évidemment

$$D = \prod_{\nu=1}^{\infty} G_{\frac{1}{\nu}},$$

en désignant par D l'ensemble en question de toutes les déformations isotopiques au résultat h. On voit aisément que tous les G_ε sont ouverts dans $\mathfrak{d}(h, E^m)$. L'assertion faite sera donc démontrée si nous parvenons à établir que chacun de ces ensembles est partout dense dans $\mathfrak{d}(h, E^m)$, ou, ce qui revient au même, qûil existe pour chaque $\varepsilon > 0$ et chaque transformation $\varphi \in \mathfrak{d}(h, E^m)$, une déformation $\varphi \in G_\varepsilon$ telle qu'on ait $\hat{\rho}(\varphi, \psi) < \varepsilon$. La démonstration de cette dernière proposition est basée sur le lemme élémentaire suivant.

Étant données r représentations continues f_ν ($\nu = 1, \ldots, r$) du segment $[0,1]$ dans E^m, il existe pour chaque $\varepsilon > 0$ r représentations continues g_ν ($\nu = 1, \ldots, r$) du même segment dans E^m telles qu'on ait

$$\rho(f_\nu(t), g_\nu(t)) < \varepsilon \quad (\nu = 1, \ldots, r;\ 0 \leqq t \leqq 1)$$

et qu'entre les r points

$$g_1(t), \ldots, g_r(t) \qquad [2]$$

aucun système de q points ne se trouve dans un sousespace linéaire de E^m de dimension $q-2$ pour aucune valeur de $t \in [0,1]$ et pour aucun $q = 1, \ldots, m$.

Ce fait étant établi, la partie conclusive du raisonnement a la forme suivante. Soit $\varphi \in \mathfrak{d}(h, E^m)$, $\varepsilon > 0$. Prenons un nombre positif $\eta < \min\left[\varepsilon, \frac{1}{2}\right]$ tel que les inégalités $\rho(x', x'') < \eta$ et $|t' - t''| < \eta$ ou $x' \in A$, $x'' \in A$, $t' \in [0,1]$, $t'' \in [0,1]$ entraînent l'inégalité $\rho(\varphi_{t'} x', \varphi_{t''} x'') < \frac{\varepsilon}{6}$. Recouvrons A par un système fini d'ensembles non vides U_ν ($\nu = 1, \ldots, r$) ouverts par rapport à A, de diamètres $< \eta$ et tels que l'ordre du système $\{U_\nu\}_{\nu=1}^{r}$ soit au plus égal à $\dim A + 1$. Dans chaque U_ν prenons un point x_ν. Il existe alors r représentations continues g_ν ($\nu = 1, \ldots, r$) du segment $[0,1]$ dans E^m telles qu'on ait

$$\rho(\varphi_t x_\nu, g_\nu(t)) < \frac{\varepsilon}{6} \qquad (\nu = 1, \ldots, r;\ 0 \leqq t \leqq 1),$$

et qu'entre les points [2] aucun système de q points ne se trouve dans un même sousespace linéaire de E^m de dimension $q-2$ pour aucun $t \in [0.1]$ et pour aucun $q=1, \ldots, m$. Posons pour chaque $x \in A$

$$p_\nu(x) = \rho(x, A - U_\nu) \qquad (\nu = 1, \ldots, r),$$

$$\psi_t x = \frac{\sum_{\nu=1}^{r} p_\nu(x)\, g_\nu(t)}{\sum_{\nu=1}^{r} p_\nu(x)} \qquad (\eta \leqq t \leqq 1-\eta),$$

$$\psi_t x = \left(1 - \frac{t}{\eta}\right) x + \frac{t}{\eta}\, \psi_\eta x \qquad (0 \leqq t \leqq \eta),$$

$$\psi_t x = \left(1 - \frac{1-t}{\eta}\right) h(x) + \frac{1-t}{\eta}\, \varphi_{1-\eta} x \qquad (1-\eta \leqq t \leqq 1),$$

où l'addition et la multiplication ont le sens vectoriel en les lieux correspondants (la multiplication est dans ces cas une multiplication d'un vecteur par un nombre réel). Nous obtenons ainsi un système $\psi = \{\psi_t\}$ de représentations de l'ensemble A. On voit aussitôt que c'est une déformation de A dans E^m au résultat h. En faisant usage de l'inégalité [1], on montre enfin que ψ jouit de toutes les propriétés requises.

Institut de Mathématiques de
l'Université de Léningrad.

Manuscrit reçu
le 4. VI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

[1] K. Menger. Dimensionstheorie, 1928, p. 296. — G. Nöbeling. Math. Ann., 10, (1930), pp. 71—80. [2] W. Hurewicz. Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss., 1933, pp. 754—768. [3] P. Alexandroff. Ann. of Math., 30 (1928), 101—167.

МАТЕМАТИКА

Н. И. МУСХЕЛИШВИЛИ

член-корреспондент Академии Наук

ОБ ОДНОЙ НОВОЙ КОНТУРНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ*

В качестве основных статических задач математической теории упругости обычно рассматривают следующие две: Определить состояние

* Излагаемые в этой заметке результаты были доложены автором на I Всесоюзном съезде математиков (Харьков, 1930 г.) и должны были быть опубликованы в Трудах съезда. Однако издание трудов съезда не осуществилось до сих пор.

упругого равновесия 1° по заданным контурным напряжениям; или же 2° по заданным контурным смещениям.

Названные контурные условия редко встречаются на практике и, вообще, вряд ли осуществимы в более или менее точном виде: в большинстве конкретных случаев контурные задания обусловливаются соприкасанием поверхности рассматриваемого упругого тела с поверхностью другого тела. Считая это второе тело абсолютно жестким и предполагая, что соприкасание имеет место вдоль всего контура, приходим, пренебрегая трением, к следующей контурной задаче:

3°. Определить упругое равновесие тела по следующим контурным условиям:

$$F_t = 0, \quad v_n = f, \tag{1}$$

где F_t обозначает касательную составляющую контурного напряжения, v_n — нормальную составляющую контурного смещения, f — заданную на контуре функцию.

Тогда как задачи 1° и 2° решены исследованиями ряда авторов (по крайней мере принципиально, т. е. с точки зрения теорем существования), задача 3° в общем виде, насколько мне известно, никем не рассматривалась; решение для частного случая, когда поверхность раздела — сфера, было дано Ж. Адамаром [1].

В настоящем докладе мы рассматриваем задачу 3°, ограничиваясь случаем плоской деформации („плоская задача“).

Не касаясь доказательства теоремы существования (проведение этого доказательства современными методами, повидимому, не встретит принципиальных затруднений), мы даем практически и до конца выполнимое решение задачи для случая, когда область, занятая упругим телом, может быть конформно отображена на круг при помощи рациональной функции. Мы пользуемся методом, который был применен нами в ряде работ* к задачам 1° и 2°.

Пусть $x + iy = \omega(\zeta)$ есть соотношение, отображающее область плоскости xy, занятую упругим телом, на круг $|\zeta| \leqslant 1$.

Самое общее решение плоской задачи может быть выражено через две произвольные функции $\varphi(\zeta), \psi(\zeta)$ комплексного переменного $\zeta = \rho e^{i\vartheta}$, голоморфные в круге $|\zeta| \leqslant 1$. Применяя те же обозначения, что в названной книге [2], легко убеждаемся, что контурные условия [1] могут быть представлены в виде [(2) § 55]:

$$\frac{\sigma^2}{\overline{\omega'(\sigma)}}\{\Psi(\sigma)\omega'(\sigma) + \Phi'(\sigma)\overline{\omega}(\overline{\sigma})\} - \frac{\overline{\sigma}^2}{\omega'(\sigma)}\{\overline{\Psi}(\overline{\sigma})\overline{\omega}'(\overline{\sigma}) + \overline{\Phi}'(\overline{\sigma})\omega(\sigma)\} = 0, \tag{2}$$

$$\sigma\omega'(\sigma)\left\{\psi(\sigma) + \frac{\overline{\omega}(\overline{\sigma})}{\omega'(\sigma)}\varphi'(\sigma) - \varkappa\overline{\varphi}(\overline{\sigma})\right\} + \overline{\sigma}\overline{\omega}'(\overline{\sigma})\left\{\overline{\psi}(\overline{\sigma}) + \frac{\omega(\sigma)}{\overline{\omega'(\sigma)}}\overline{\varphi}'(\overline{\sigma}) - \right.$$
$$\left. - \varkappa\varphi(\sigma)\right\} = -4\mu|\omega'(\sigma)|f. \tag{3}$$

Предполагая теперь, что $\omega(\zeta)$ — рациональная функция и применяя прием, которым мы пользовались в названных работах [(2) § 72], получим после некоторых упрощений:

$$\zeta\psi'(\zeta) + \zeta\overline{\omega}\left(\frac{1}{\zeta}\right)\Phi'(\zeta) = A(\zeta), \tag{4}$$

$$\zeta\omega'(\zeta)\psi(\zeta) + \zeta\overline{\omega}\left(\frac{1}{\zeta}\right)\varphi'(\zeta) - \frac{\varkappa}{\zeta}\overline{\omega}'\left(\frac{1}{\zeta}\right)\varphi(\zeta) = B(\zeta), \tag{5}$$

* Изложение результатов этих работ можно найти в моей книге (2).

где $A(\zeta)$ и $B(\zeta)$ обозначают известные функции, содержащие линейным образом некоторое число неопределенных постоянных. Исключая из последних уравнений $\psi(\zeta)$, получим линейное дифференциальное уравнение 1-го порядка:

$$\varphi'(\zeta) + m\frac{\chi'(\zeta)}{\chi(\zeta)}\varphi(\zeta) = F(\zeta), \qquad [6]$$

где $\chi(\zeta) = \frac{\overline{\omega'}\left(\frac{1}{\zeta}\right)}{\zeta^2\,\omega'(\zeta)}$, $m = \frac{\varkappa}{1+\varkappa}$ $\left(\frac{1}{2} < m < 1\right)$, а $F(\zeta)$ — известная функция, содержащая линейным образом неопределенные постоянные.

Отсюда получаем наконец:

$$\varphi(\zeta) = \{\chi(\zeta)\}^{-m}\left\{\text{const} + \int F(\zeta)[\chi(\zeta)]^m d\zeta\right\}. \qquad [7]$$

Найдя $\varphi(\zeta)$, вычислим $\psi(\zeta)$ по формуле [5]. Произвольные постоянные определяются так же, как в аналогичных случаях, рассмотренных в названных работах.

Метод без изменения применяется и к бесконечным областям (бесконечная пластинка с отверстием). В этих случаях иногда удобнее отображать область, занятую упругим телом на область $|\zeta| \geqslant 1$ (а не $|\zeta| \leqslant 1$); впрочем это ничего по существу не меняет.

Для примера приведем формулы, относящиеся к случаю бесконечной пластинки с круговым отверстием, в которое вставлена жесткая шайба заданной формы.* Принимая радиус отверстия за 1, можем принять

$$\omega(\zeta) = \zeta.$$

Для $\varphi(\zeta)$ и $\psi(\zeta)$ получим указанным путем формулы:

$$\varphi(\zeta) = (1-m)\zeta^{2m}\int_{\infty}^{\zeta}[Q(\zeta) - \zeta Q'(\zeta)]\,\zeta^{-2m}d\zeta, \qquad [8]$$

$$\psi(\zeta) = Q'(\zeta) - \frac{\varkappa\varphi(\zeta)}{\zeta^2} + \varkappa\varphi'(\zeta) + \frac{a}{\zeta}, \qquad [9]$$

где

$$Q(\zeta) = \frac{2\mu}{\pi i}\int_{\gamma}\frac{f\,d\sigma}{\sigma-\zeta},\quad a = -\frac{\mu}{\pi i}\int_{\gamma}\frac{f\,d\sigma}{\sigma} = -\frac{\mu}{\pi}\int_{0}^{2\pi} f\,d\vartheta; \qquad [10]$$

в этих формулах γ обозначает окружность $|\zeta| = 1$, а интегралы берутся в направлении, обратном вращению часовой стрелки.

При вычислениях предполагалось, что на жесткую шайбу не действуют никакие внешние силы (кроме сил взаимодействия с окружающей упругой средой). Если к центру шайбы приложена сила (X, Y), то к φ и ψ надо соответственно прибавить выражения:

$$\varphi_0(\zeta) = -\frac{X+iY}{2\pi(1+\varkappa)}\log\zeta - \frac{X+iY}{4\pi\varkappa},\quad \psi_0(\zeta) = \frac{\varkappa(X-iY)}{2\pi(1+\varkappa)}\log\zeta - \frac{(\varkappa-1)(X+iY)}{4\pi(1+\varkappa)\zeta^2}. \qquad [11]$$

* Разумеется, мало отличающейся от круговой.

Вообще, при отверстии произвольной формы, задача делается определенной только тогда, когда задан главный вектор внешних сил,* действующих на шайбу. Если этот главный вектор отличен от 0, перемещения необходимо возрастают на бесконечности, как $\log(x^2+y^2)$.

Легко также получить формулы для случая упругой круговой шайбы, окруженной жестким профилем заданной формы, для бесконечной упругой пластинки с эллиптическим отверстием и др.

Случай, когда присоединяется (равномерное в бесконечности) растяжение пластинки, тоже не представляет никаких затруднений.

Физико-математический институт
им. В. А. Стеклова Академии Наук.
Ленинград.

Поступило
10 VII 1934.

MATHÉMATIQUE

SUR UN NOUVEAU PROBLÈME AUX LIMITES DE LA THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ

Par N. MUSCHELISVILI

membre correspondant de l'Académie

RÉSUMÉ

Il s'agit du problème (à deux dimensions) suivant: déterminer l'équilibre élastique d'après les conditions aux limites:

$$F_t=0, \quad v_n=f,$$

F_t désignant l'effort tangentiel à la frontière, v_n — le déplacement normal et f une fonction donnée sur la frontière.

On est conduit à ce problème dans le cas où le bord du corps élastique est en contact avec un profil rigide donné.

L'auteur indique une méthode élémentaire pour résoudre ce problème dans le cas où l'aire occupée par le corps élastique peut être représentée sur celle d'un cercle au moyen d'une fonction rationnelle (il s'agit de la représentation conforme).

Institut physico-mathématique V. Stekloff
de l'Académie des Sciences. Léningrad.

Manuscrit reçu
le 10. VII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

[1] J. Hadamard. Ann. de l'Éc. Norm., 3-me sér., t. XVIII, 1901. [2] Н. И. Мусхелишвили. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. АН СССР, 1933, Ленинград.

---

*Речь идет о силах, отличных от сил воздействия со стороны окружающей упругой среды.

П. С. НОВИКОВ

О СЧЕТНО-КРАТНОЙ ОТДЕЛИМОСТИ B АНАЛИТИЧЕСКИХ МНОЖЕСТВ

(*Представлено академиком Н. Н. Лузиным 20 VI 1934*)

§ 1. В сообщении „Об одном свойстве аналитических множеств" мы доказали, что для любого конечного числа аналитических множеств $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots, \varepsilon_n$ без общей точки можно найти такое же число множеств измеримых B: $E_1, E_2, \ldots, E_n$, покрывающих соответственно множества ε_i и не имеющих общей точки. Это свойство аналитических множеств мы назвали кратной отделимостью.

В настоящем сообщении мы покажем, что свойство кратной отделимости распространяется и на случай счетного числа аналитических множеств. Известно, что каждое линейное аналитическое множество ε расположенное на оси ox есть проекция некоторого плоского множества G_δ, которое можно представить в следующем виде:

$$U = \sum_{i_1} K_{i_1} \cdot \sum_{i_1 i_2} K_{i_1 i_2} \ldots \sum K_{i_1 i_2 \ldots i_m}$$

(каждое i_q^1 пробегает все числа $1, 2, 3 \ldots n \ldots$).

где $K_{i_1 i_2 \ldots i_m}$ есть прямоугольник, ориентированный по осям координат, причем $K_{i_1 i_2 \ldots i_m} \subset K_{i_1 i_2 \ldots i_{m-1}}$ размер прямоугольника стремится к 0 при возрастании индекса m и никакие два прямоугольника не имеют общих границ. Обозначим через $l_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ проекцию на ось OX множества $U \cdot K_{i_1 i_2 \ldots i_n}$.

Теорема. *Если пересечение счетного числа аналитических множеств* $\varepsilon^1, \varepsilon^2, \ldots, \varepsilon^j, \ldots$ *пусто, то существует счетное число множеств измеримых* B: $E^1, E^2, \ldots, E^j, \ldots$ *пересечение которых также пусто и* $E^j \supset \varepsilon^j$ *для каждого* j.

Доказательство: Пусть существуют такие числа p и $q_1, q_2, \ldots, q_p$, что высказанная теорема верна для каждой последовательности аналитических множеств

$$e^1_{i_1 i_2 \ldots i_{q_1}}, e^2_{i_1 i_2 \ldots i_{q_2}}, \ldots, e^p_{i_1 i_2 \ldots i_{q_p}}, \varepsilon^{p+1}, \varepsilon^{p+2}, \ldots \varepsilon^{p+k}, \ldots \qquad [a]$$

Покажем, что тогда она верна и для последовательности множеств $\varepsilon^1, \varepsilon^2, \ldots, \varepsilon^j, \ldots$ Всех последовательностей типа [a] счетное число, обозначим их $L_1, L_2, \ldots L_r, \ldots$ Пересечение множеств каждой последовательности пусто, следовательно по предположению для каждой последовательности L_r найдется последовательность множеств измеримых B: $E_1^r, E_2^r, \ldots, E_n^r, \ldots$ такая, что $E^r{}_n$ содержит n-ое по порядку множество последовательности L_r и

$$E_1^r \cdot E_2^r \ldots E_2^{4r} \ldots = 0 \qquad [1]$$

Множества $\varepsilon^{p+1}, \varepsilon^{p+2} \ldots$ принадлежат всем последовательностям [a]. Следовательно ε_{p+k} содержится во всех множествах $E^r{}_{p+k}$ и также содержится в их пересечении

$$E^1{}_{p+k} \cdot E^2{}_{p+k} E^3{}_{p+k} \ldots E^n{}_{p+k} \ldots = E^{p+k} \qquad [2]$$

Пусть множество $e^j_{i_1 i_2 \ldots i_{q_j}}$ $j \leqslant p$ входит в системы L с номерами $r_1, r_2, \ldots, r_m, \ldots$; каждому такому множеству поставим в соответствие множество

$$E^j_{\ldots i_{q_j}} = E_j^{r_1} \cdot E_j^{r_2} \ldots E_j^{r_m} \ldots \qquad [3]$$

очевидно

$$E^j_{i_1 i_2 \ldots i_{q_i}} \supset e^j_{i_1 i_2 \ldots i_{q_j}}.$$

Каждой последовательности $e^1_{i_1^1 \ldots i^1_{q_1}}, \ldots, e^p_{i_1 p \ldots i p_{q_p}}$, $\varepsilon^{p+1}, \varepsilon^{p+2}, \ldots$ можно поставить в соответствие последовательность множеств измеримых B

$$E^1_{i_1^1 \ldots i^1_{q_1}}, E^2_{i_1^2 \ldots i^2_{q_1}}, \ldots E^p_{i_1 p \ldots i p_{q_p}}, E^{p+1}, E^{p+2}, \ldots, E^{p+k}, \ldots \qquad [b]$$

Последовательности [b] занумеруем теми же нумерами, что и соответствующие последовательности [a]. Для каждой последовательности [b] с нумером r, мы будем иметь на основании [2] и [3]

$$E^1_{i_1^1 \ldots i^1_{q_1}} \subset E_1^r, \; E^2_{i_1^2 \ldots i^2_{q_2}} \subset E_2^r, \ldots, E^p_{i_1 p \ldots i p_{q_p}} \subset E^r_p,$$
$$E^{p+1} \subset E^r_{p+1}, E^{p+2} \subset E^r_{p+2}, \ldots, E^{p+k} \subset E^r_{p+k}, \ldots$$

но пересечение $E_1^r \cdot E_2^r \cdot E_3^r \ldots E_n^r \ldots$ пусто. Следовательно, пересечение любой последовательности [b] всегда пусто. Пусть

$$E^1 = \sum_{i^1_1 \ldots i^1_{q_1}} E^1_{i_1^1 \ldots i^1_{q_1}}, \; E^2 = \sum_{i^2_{q_2} \ldots i^2_{q_2}} E^2_{i_1^2 \ldots i^2_{q_2}}, \; \ldots, \; E^p = \sum_{i_1 p \ldots i p_{q_p}} E^p_{i_1 p \ldots i p_{q_p}}$$

так как каждое множество ε^j может быть представлено как

$$\sum_{i_1 j \ldots i j_{q_i}} e^j_{i_1 j \ldots i j_{q_i}},$$

а каждое $e^j_{i_1 j \ldots i j_{q_j}}$ входит в $E^j_{i_1 j \ldots i j_{q j}}$ для $j \leqslant p$, то ε^j входит в E^j для $j \leqslant p$, но это соотношение верно также и для $j > p$ на основании [2].

Итак мы нашли последовательность множеств измеримых B: $E^1, E^2, \ldots$, покрывающих множества $\varepsilon^1, \varepsilon^2, \ldots$; покажем, что их пересечение пусто.

Пересечение $E^1 \cdot E^2 \ldots E^j \ldots$ можно представить в форме:

$$\sum_{i^1 \ldots i^1_{q_1}} E^1_{i_1^1 \ldots i^1_{q_1}} \cdot \sum_{i_1^2 \ldots i^2_{q_2}} E^2_{i_1^2 \ldots i^2_{q^2}} \ldots \sum_{i_1 p \ldots i p_{q_p}} E^p_{i_1 p \ldots i p_{q_p}} \cdot E^{p+1} \cdot E^{p+2} \ldots$$

или в следующей форме:

$$\sum_{i_1^1 \ldots i^1_{q_2} i_1^2 \ldots i^2_{q_2} \ldots i_1 p \ldots i p_{q_p}} (E^1_{i_1^1 \ldots i^1_{q_1}} \cdot E^2_{i_1^2 \ldots i^2_{q p}} \ldots E^p_{i_1 p \ldots i p_{q_p}} \cdot E^{p+1} \cdot E^{p+2} \ldots)$$

Легко видеть, что каждое из слагаемых этой суммы есть пересечение множеств, принадлежащих к какой либо последовательности [b], но пересечение таких множеств всегда пусто; следовательно:

$$E^1 \cdot E^2 \ldots E^j \ldots = 0.$$

Итак, если доказываемая теорема не верна, то для всякой совокупности целых чисел $p, q_1, q_2, \ldots, q_p$, среди последовательностей [a] найдется по крайней мере одна, для которой не существует никакой последовательности множеств измеримых B без общей части и такой, что каждое множество последовательности [a] содержится в одном из множеств данной последовательности множеств измеримых B. Покажем, что это приводит к противоречию с условиями теоремы.

Положим $p=1, q_1=1$; тогда найдется последовательность $e^1_{i_1}, \varepsilon^2, \varepsilon^3, [a_1]$ для которой наша теорема не верна.

К последовательности $[a_1]$ применимо рассуждение, приведенное выше относительно последовательности $\varepsilon^1, \varepsilon^2, \ldots, \varepsilon^n, \ldots$ Разница в обоих случаях заключается в том, что для последовательности $[a_1]$ индекс i'_1, не переменный, а постоянный; но рассуждение остается справедливым и для этого случая. Выберем для последовательности $[a_1]$: $p=2$, $q_1=q_2=2$; для этих чисел должна существовать последовательность

$$e^1_{i_1^1 i_2}, \; e^2_{i_1^2 i_2^2}, \; \varepsilon^3, \varepsilon^4, \ldots, \qquad [a_2]$$

для которой наша теорема не верна.

Продолжая рассуждать далее, мы получим счетное число последовательностей

$$e^1_{i_1^1}, \; \varepsilon^2, \varepsilon^2, \ldots \qquad [a_1]$$

$$e^1_{i_1^1 i_2}, \; e^2_{i_1^2 i_2^2}, \; \varepsilon^3, \ldots \qquad [a_2]$$

$$e^1_{i_1^1 i_2 \ldots i_h}, \; e^2_{i_1^2 \ldots i_h^2}, \ldots, e^h_{i_1^h \ldots i_h^h}, \; \varepsilon^{h+1}, \; \varepsilon^{h+2} \ldots \qquad [a_h]$$

Для каждой последовательности $[a_h]$ не существует никакой последовательности множеств измеримых B, пересечение которых пусто и такой, что каждое множество последовательности $[a_h]$ содержится в каком-нибудь множестве данной последовательности множеств измеримых B.

Легко видеть, что пересечение первых h множеств последовательности $[a_h]$ не пусто. Предположим, что они не имеют общей точки; тогда мы знаем, на основании теоремы о кратной отделимости для конечного числа аналитических множеств, что существует h множеств измеримых B: $N_1, N_2, \ldots, N_h$ без общей точки, причем $N_j \supset e^j_{i_1^j \ldots i_h^j}$ для всякого $j \leqslant h$; выберем как нибудь множества $N_{h+1}, N_{h+2}, \ldots$, чтобы мы имели $N_{h+j} \supset \varepsilon_{h+j}$; мы будем иметь $N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot \ldots \cdot N_h \cdot N_{h+1} \ldots = 0$, чего не может быть.

Рассмотрим прямоугольники $K^j_{i_1^j \ldots i_h^j}$, соответствующие множествам $e^j_{i_1^j \ldots i_h^j}$ последовательности $[a_h]$. Пересечение проекций на ось OX прямоугольников $K^r_{i_1^r \ldots i_h^r}$ и $K^s_{i_1^s \ldots i_h^s}$ не пусто для всяких r и s не превышающих h, так как проекции эти содержат множества $e^r_{i_1^r \ldots i_h^r}$ и $e^s_{i_1^s \ldots i_h^s}$, пересечение которых не пусто.

Выберем последовательность прямоугольников K, соответствующих множествам e системы $[a_1]\ [a_2] \ldots [a_n] \ldots$ следующим образом:

$$K^1_{i_1^1}, K^1_{i_1^1 i_2^1}, \ldots, K^1_{i_1^1 i_2^1 \ldots i_h^1}, \ldots$$

Эти прямоугольники вложены один в другой, размеры их стремятся к 0, и никакие два из них не имеют общих границ; следовательно существует одна и только одна точка, принадлежащая им всем. Пусть проек-

ция этой точки на ось OX есть a; a есть пересечение вложенных один в другой интервалов $I_1, I_2, \ldots, I_n \ldots$, длины которых стремятся к 0, и I_n есть проекция на ось OX прямоугольника $K^1_{i_1^1 i_2^1 \ldots i_n^1}$. Точка a принадлежит множеству ε^1; покажем, что она принадлежит также всем множествам $\varepsilon^2, \varepsilon^3, \ldots$ Возьмем произвольное число s и рассмотрим следующую последовательность прямоугольников:

$$K^s_{i_1^s \ldots i_s^s},\ K^s_{i_1^s \ldots i_{s+1}^s}, \ldots, K^s_{i_1^s \ldots i_{s+j}^s}, \ldots$$

проекции их на ось OX обозначим $\bar{I}_s, \bar{I}_{s+1}, \ldots, \bar{I}_{s+s}, \ldots$

Это интервалы вложенные один в другой, длины их стремятся к 0, и пересечение их будет точка, являющаяся проекцией пересечения прямоугольников $K^s_{i_1^s \ldots i_{s+j}^s}$. Но по доказанному проекции прямоугольников $K^1_{i_1^1 \ldots i_h^1}$ и $K^s_{i_1^s \ldots i_h^s}$ $(h \geqslant s)$ пересекаются, иначе говоря каждая пара интервалов $I_s\ \bar{I}_s$, $I_{s+1}\ \bar{I}_{s+1}$, ... имеет не пустое пересечение. Отсюда вытекает, что $I_s \cdot I_{s+1} \cdot I_{s+2} \ldots = \bar{I}_s \cdot \bar{I}_{s+1} \ldots = a$, т. е. a входит в множество ε^s каково бы ни было целое число s.

Итак $\varepsilon^1 \cdot \varepsilon^2 \ldots \varepsilon^h \ldots$ не пусто, что является противоречием с условиями теоремы и теорема доказана.

Поступило
20 VI 1934

MATHÉMATIQUES

SUR LA SÉPARABILITÉ B DÉNOMBRABLE DES ENSEMBLES ANALYTIQUES

Par P. NOVIKOV

(*Présenté par M. Lusin, de l'Académie, le 20. VI. 1934*)

RÉSUMÉ

Dans une note intitulée „Sur une propriété des ensembles analytiques“ nous avons demontré qu'étant donné un nombre fini d'ensembles analytiques $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ sans partie commune, on peut trouver des ensembles mesurables B: $E_1, E_2, \ldots, E_n$ en même nombre sans partie commune et tels que $\varepsilon_1 \subset E_1, \varepsilon_2 \subset E_2, \ldots, \varepsilon_n \subset E_n$.

Dans la présente note nous démontrons le même théorème pour le cas d'une suite dénombrable d'ensembles analytiques.

Manuscrit reçu
le 20. VI. 1934.

Б. П. ГЕРАСИМОВИЧ

ОБ АБСОЛЮТНЫХ ВЕЛИЧИНАХ *Be*-ЗВЕЗД

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 23 VI 1934*)

Вопрос об абсолютных величинах *Be*-звезд представляет значительный теоретический интерес. Если образование газовых оболочек, производящих эмиссионные спектры, обусловливается радиативным рассеянием звездных атмосфер, можно ожидать, что *Be*-звезды обладают заметно большей светимостью чем нормальные *B*-звезды с темными линиями. Наоборот, если справедлива чисто ротационная гипотеза, мы едва ли можем ожидать значительной разницы в абсолютной яркости звезд двух указанных групп. Семь лет тому назад, основываясь на довольно ограниченном материале, я показал, что *B3e*-звезды на $2^m.4$ абсолютно ярче нормальных *B3*-звезд (1). С тех пор, однако, накопилось много нового материала, особенно в отношении открытия звезд с яркими линиями и исследования галактических скоплений. Это обстоятельство, а также заметный прогресс в интерпретации ярких линий, делают весьма желательной ревизию указанного выше результата. Подобная ревизия, предпринятая недавно в Гарварде Мак Лаудом (2) и давшая для указанной выше разности абсолютных величин $0^m.4$, не может считаться удовлетворительной. Мак Лауд не исправил собственные движения P. G. C. за систематическую ошибку в μ_δ, он не привел всех собственных движений к одной системе и не взвесил соответствующим образом результатов, полученных по v- и τ-компонентам.

В основу нижеизложенного исследования положен известный каталог звезд *Be*, изданный недавно Мерриллом и Барвелл. Само исследование сделано пятью независимыми методами различной ценности (по понятным соображениям звезды типа *Beq* не вошли в исследование).

1) Статистические параллаксы. Так как относительный вес собственных движений, не содержащихся в P. G. C., довольно мал, я пользовался данными только этого каталога для звезд ярче $6^m.5$ виз., число которых оказалось достаточно только для подкласса *B3e* (39 звезд). Если ввести поправку Реймонда и поправку процессионной постоянной по Боссу, принять стандартный апекс, то вековой параллакс *B3e*-звезд, редуцированный к $5^m.0$, оказывается равным $+0''.012 \pm 0''.0012$ (средняя ошибка). Так как солнечное движение для различных групп *B*-звезд одно и то же, я принял найденную мною раньше солнечную скорость 20.5 км (3). В результате оказалось, что абсолютная величина *B3e*-звезд равна $-2^m.8$, т. е. на $1^m.5$ ярче, чем абсолютная величина нормальных *B3*-звезд (среднее из данных автора, Шарлье и Адамса).

2) Галактические скопления. Как известно, в некоторых галактических скоплениях *Be*-звезды занимают промежуточное положение по яркости среди *B*-звезд. Этот парадокс был разрешен С. Пэйн, которая показала, что в скоплениях наиболее яркие *B*-звезды с темными линиями представляют собою особую группу *c*-звезд весьма высокой светимости. Так как имеющийся материал относительно галактических скоплений весьма ненадежен, я рассмотрел только два наилучше исследованных скоплений: Плеяды и двойное скопление в Персее.

Средняя видимая фотографическая величина пяти *B*5*e*-звезд в Плеядах (по данным Трюмплера) равна $3^m.4$, тогда как для нормальных *B*5-звезд этой группы она равна $4^m.6$. Таким образом в Плеядах звезды с яркими линиями на $1^m.2$ абсолютно ярче нормальных звезд соответствующего подкласса (предполагая отсутствие дифференциального эффекта цвета, зависящего от *e*-характеристики).

Модуль расстояния скопления χ и h Персея известен достаточно хорошо и может быть принятым равным $11^m.6$ (среднее данных Коллиндера и Шапли). Каталог Меррилла содержит 14 *Be*-звезд с определенными подтипами, принадлежащих скоплению. По Цагу избыток цвета скопления равен $+0^m.38$. Введя эту поправку для приведения фотографических величин к визуальным, находим средние абсолютные визуальные величины $\overline{M}$: (*B*0*e* — *B*2*e*) — $3^m.5$ (7 звезд); (*B*3*e*) — $2^m.4$ (7 звезд). Так как для нормальных *B*0 — *B*2-звезд $\overline{M} = -2^m.7$ (среднее из данных автора, Шарлье и Адамса), а для *B*3 $\overline{M} = -1^m.3$ находим, что в χ и h Персея *B*0*e* — *B*2*e*-звезды на $0^m.8$ ярче, а *B*3*e* на $1^m.2$ ярче, чем нормальные звезды соответствующих подтипов. Принимаем $1^m.0$ как искомую среднюю разность, определенную по звездам этого скопления.

3) Группа в Скорпионе и Центавре. Так как известная работа Расмусона оказалась недоступной, я воспользовался выдержками из нее в статье Кэртисса ([4]). *B*3.8*e*-звезды в данном подвижном скоплении оказываются на $0^m.5$ абсолютно ярче, чем нормальные *B*3-звезды. Редуцируя абсолютную величину последних к подтипу *B*3.8, находим, что в Скорпионе-Центавре *Be*-звезды на $0^m.7$ ярче, чем нормальные звезды соответствующего подтипа.

4) Галактическое распределение. Р. Кэртисс и настоящий автор (op. cit.) отметили, что яркие *Be*-звезды обнаруживают резкую галактическую концентрацию, без намека на предпочтение локальной системе. Это было истолковано как указание на бо́льшую отдаленность ярких *Be*-звезд, а следовательно на их более высокую светимость. Меррилл и Барвелл на основании нового материала подтвердили это заключение и нашли разность в $\overline{M}$ около 1^m. Они также отметили, что группировка слабых Цефеид в плотные „гнезда“ такова же, как и группировка слабых *Be*-звезд. Это указывает на то, что последние находятся на столь большом расстоянии, что их видимое распределение управляется распределением темных туманностей. Учитывая среднюю абсолютную величину Цефеид наиболее частых периодов ($-2^m.2$) и то, что слабые *Be*-звезды каталога М. Вилсон по крайней мере на $1^m.0$ видимым образом ярче „слабых“ Цефеид, мы можем оценить искомую разность в $\overline{M}$ для *Be*- и *B*-звезд равной $1^m.5$.

5) Космический кальций. С некоторыми оговорками, связанными с неопределенностью „фактора открытия“, О. Струве ([5]) находит по кривой распределения интенсивности стационарных линий кальция, что *Be*-звезды на $1^m.5$ абсолютно ярче чем нормальные *B*-звезды.

Суммируя вышеприведенные выводы мы находим для $\Delta\overline{M}$ (в смысле *Be* — *B*) для соответствующих подтипов следующие значения.

Статистические параллаксы . .	$-1^m.5$
Плеяды	$-1^m.2$
χ и h Персея	$-1^m.0$
Скорпион-Центавр	$-0^m.7$
Галактическое распределение . .	$(-1^m.5)$ — оценка
Космический кальций	$-1^m.5$

Давая первому результату двойной вес, находим в итоге $\Delta M = -1^m.3$. Однако, среди „нормальных" звезд имеется немало неоткрытых *Be*-звезд, Предварительные подсчеты показывают, что приняв во внимание это обстоятельство, мы должны понизить абсолютную величину нормальных звезд на $0^m.2$, что дает $\Delta \bar{M} = -1^m.5$ как окончательный результат, который может быть принят впредь до получения улучшенных данных.

П. П. Логинов любезно помогал мне в вычислениях, связанных с настоящим исследованием.

Астрономическая обсерватория.
Пулково.

Поступило
23 VI 1934.

ASTROPHYSICS

ON THE ABSOLUTE MAGNITUDE OF *Be*-STARS

By B. GERASIMOVIČ

(*Communicated by S. Wawilow, Member of the Academy, 23. VI. 1934*)

The question of the absolute magnitude of *Be* stars is of great theoretical interest. If the formation of the gaseous surface layers producing the emission spectra is caused by the radiative dissipation of stellar atmospheres, we may expect that *Be* stars are of a noticeably higher luminosity that the normal *B* stars with dark lines. On the contrary, if the pure rotational hypothesis is correct, we can then hardly expect a considerable difference in the absolute brightness of the stars of these two groups. Seven years ago on the basis of a comparatively scanty material I showed that the absolute brightness of *B3e* stars is 2.4 magnitudes higher than that of *B3* stars (1). Much new material has, however, accumulated since than, especially as regards discoveries of stars with bright lines and investigations of galactic clusters. Both this fact and the considerable progress in the interpretation of the bright lines make a reinvestigation of the above results most desirable. Such a reinvestigation recently made by McLeod at Harvard (2), which gave a value of 0.4 for the above mentioned difference of absolute magnitudes, cannot be considered satisfactory. McLeod did not correct the proper motions of P. G. C. for a systematic error in μ_δ, he did not reduce all the proper motions to one system and gave equal weights to the results obtained from the υ and τ components.

The well-known catalogue of *Be* stars recently published by Merrill and Miss Barwell has been made the basis of the present investigation. The investigation itself has been carried out by five independant methods of different value. Stars of the type *Beq* have not been included in this investigation for self-evident reasons.

1) Statistical parallaxes. As the relative weight of proper motions not included in P. G. C. is comparatively small, I made use only of the data of the above catalogue for stars brighter than $6^m.5$ vis., whose number was found sufficient only in the subclass *B3e* (39 stars). If we introduce Raymond's correction and Boss's correction for the precessional constant and assume a standard apex, then the secular parallax of *B3e* stars reduced to a magnitude of 5.0 is found to be $+0''.012 \pm 0''.0012$ (mean error). As the motion of the Sun is one and the same for the various groups of *B* stars, I assumed the Sun's velocity to be 20.5 km, as computed by me earlier (3). As a result the absolute magnitude of *B3e* stars was found to be —2.8, i. e. 1.5 magnitude brighter than the absolute magnitude of normal *B3* stars (the mean of the data of the author, Charlier, and Adams).

2) Galactic clusters. In some galactic clusters, as we know, *Be* stars occupy with respect to luminosity an intermediate position among the *B* stars. This paradox was solved by C. Payne, who showed that the brightest *B* stars in the clusters with dark lines form a special *c* group of stars of very high luminosity. As the data on galactic clusters are very unreliable, I have considered only the two best investigated clusters: the Pleiades and the double cluster in Perseus.

The mean visual photographic magnitude of five *B5e* stars in the Pleiades (according to Trumpler) is of a magnitude of 3.4, while that of the normal *B5* stars of this group is of a magnitude of 4.6. Thus in the Pleiades stars with bright lines are 1.2 magnitude brighter than the normal stars of the same subclass (assuming the absence of the differential colour effect depending upon the *e* characteristic).

The modulus of the distance of the χ and h clusters in Perseus is relatively well known and may be assumed as $11^m.6$ magnitudes (the mean of Collinder and Shapley's data). Merrill's catalogue contains 14 *Be* stars with determined subtypes belonging to this cluster. According to Zug the colour excess of this cluster is $+0.38$. On making this correction for the purpose of reducing photographic magnitudes to visual ones, we find the mean absolute visual magnitudes $\overline{M}$: $(B0e - B2e) - 3^m.5$ (7 stars); $(B3e) - 2^m.4$ (7 stars). As for normal $B0 - B2$ stars $\overline{M} = -2^m.7$ (the mean of the data of the author, Charlier, and Adams), and for $B3$ $\overline{M} = -1^m.3$ we find that in χ and h Persei $B0e - B2e$ stars are 0.8 magnitude brighter and $B3e$ 1.2 magnitude brighter than normal stars of corresponding subtypes. We take 1.0 as the mean difference in $\overline{M}$ as determined by stars of this cluster.

3) Scorpio-Centaurus groups. As the well-known work of Rasmuson happened to be unavailable, I made use of the quotations from it in the paper by Curtiss (4). *B3.8e* stars in this moving cluster are found to be 0.5 magnitude absolutely brighter than normal *B3* stars. Reducing the absolute magnitude of the latter to the *B3.8* subtype we find that *Be* stars in the Scorpio-Centaurus are 0.7 magnitude brighter than normal stars of the corresponding subtype.

4) Galactic distribution. R. Curtiss and the author (op. cit.) have indicated that bright *Be* stars show a very marked galactic concentration with no hint of a preference for a local system. This was interpreted as an indication of the greater distance of bright *Be* stars and consequently of their greater luminosity. Merrill and Miss Barwell confirmed this conclusion on the basis of new material and found the difference in $\overline{M}$ to be about 1 magnitude. They have also indicated that the grouping of faint Cepheids into dense clusters is the same as the grouping of *Be* stars. This shows that the latter are at such a great distance that their apparent distribution is affected by dark nebulae. Taking into account mean absolute magnitude of Cepheids of the most frequent period ($-2^m.2$) and the fact of the faint *Be* stars of M. Wilson's catalogue being at least 1 magnitude apparently brighter than the 'faint' Cepheids, we can estimate the difference in $\overline{M}$ for *Be* and *B* stars to be 1.5 magnitude.

5) Cosmic calcium. With certain limitations connected with the indefiniteness of the 'discovery factor', O. Struve (5) finds with the aid of the distribution curve of the intensity of calcium stationary lines that *Be* stars are 1.5 magnitude absolutely brighter than normal *B* stars.

Summarizing the above results we find for $\Delta\overline{M}$ (in the sense $Be - B$) the following values for the corresponding subtypes:

Statistical parallaxes	$-1^m.5$
Pleiades	$-1^m.2$
χ and h Persei	$-1^m.0$
Scorpio-Centaurus	$-0^m.7$
Galactic distribution	$(-1^m.5)$ — estimated
Cosmic calcium	$-1^m.5$

Ascribing a double weight to the first results, we finally have $\Delta\overline{M} = -1^m.3$.

However, there are many undiscovered *Be* stars among the 'normal' stars. Preliminary calculations show that if we take this fact into account, we have to lower the absolute magnitude of stars by 0.2 magnitude. Hence $\Delta\overline{M} = -1^m.5$ as the final result, which may be provisionally adopted till better data be available.

I am indebted to P. Loginov for kindly assisting me in the computations connected with this investigation.

Astronomical Observatory.
Pulkovo.

Received
23. VI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] B. Gerasimovič. Harvard Bull., 849, 8, 1927. [2] N. McLeod. Harvard Bull., 894, 1, 1934. [3] B. Gerasimovič. Kopenhagen Congress of A. G., V. d. A. G., 61, 220, 1926. [4] R. Curtiss. J. R. A. S., Canada, 20, 36, 1926. [5] O. Struve. Aph. J., 67, 377, 1928.

ФИЗИКА

Ю. А. КРУТКОВ

член-корреспондент Академии Наук

ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ СЛУЧАЕ БРОУНОВСКОГО ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

§ 1. Как известно нелинейные задачи теории броуновского движения представляют значительные трудности, которые насколько я знаю, еще не преодолены. По этой причине я позволю себе сообщить здесь о решении частной нелинейной задачи, причем делается частное предположение о начальном состоянии. Дело идет о вращении твердой частицы и мы предполагаем: (a) тело имеет ось кинетической симметрии; если A, B, C его главные моменты инерции, то $A = B \neq C$; (b) во время $t = 0$ угловая скорость направлена по оси симметрии, т. е. имеем $p_0 = q_0 = 0$, $r_0 \neq 0$.

§ 2. Механические дифференциальные уравнения нашей задачи следующие:

$$\left.\begin{aligned} A\dot{p} + (C - A)rq + \varkappa p &= L_1(t), \\ A\dot{q} + (A - C)rp + \varkappa q &= M_1(t), \\ C\dot{r} \qquad\qquad + \varkappa r &= N_1(t); \end{aligned}\right\} \qquad [1]$$

здесь $(-\varkappa p, -\varkappa q, -\varkappa r)$ момент сопротивления и (L_1, M_1, N_1) „случайный“ момент сил, сообщаемый частицами жидкости телу. Вместо [1] пишем:

$$\left.\begin{aligned} \dot{p} + \alpha rq + kp &= L(t), \\ \dot{q} - \alpha rp + kq &= M(t), \\ \dot{r} \qquad\quad + lr &= N(t), \end{aligned}\right\} \qquad [2]$$

где положено

$$\frac{C-A}{A}=\alpha, \quad \frac{\varkappa}{A}=k, \quad \frac{\varkappa}{C}=l \qquad [3]$$

и

$$\left(\frac{L_1}{A}, \quad \frac{M_1}{A}, \quad \frac{N_1}{C}\right)=(L, M, N). \qquad [4]$$

Согласно предположению (b) имеем (для $t=0$) $p_0=q_0=0$, $r_0\neq 0$; легко получаем

$$r=e^{-lt}\left(r_0+\int_0^t e^{l\vartheta}\,N(\vartheta)\,d\vartheta\right) \qquad [5]$$

и

$$\left.\begin{aligned} p&=\int_0^t e^{-k(t-\vartheta)}\left[L(\vartheta)\cos\alpha\,(R_t-\mathrm{R}_\vartheta)-M(\vartheta)\sin\alpha\,(R_t-R_\vartheta)\right]d\vartheta,\\ q&=\int_0^t e^{-k(t-\vartheta)}\left[L(\vartheta)\sin\alpha\,(R_t-R_\vartheta)+M(\vartheta)\cos\alpha\,(R_t-R_\vartheta)\right]d\vartheta, \end{aligned}\right\} \qquad [6]$$

где положено

$$R_\xi=\int_0^\xi r(\eta)\,d\eta \qquad [7]$$

§ 3. Делим промежуток времени $(0,t)$ на n частей продолжительности τ и предполагаем τ малым. Тогда имеем приближенно ([1]):

$$r=r_0\,e^{-lt}+\sum_{s=0}^{n-1} e^{-l(t-s\tau)}\,Z_s, \qquad [8]$$

$$\dot{R}_t=\frac{r_0}{l}(1-e^{-lt})+\sum_{s=0}^{n-1}\frac{1-e^{-l(t-s\tau)}}{l}\,Z_s, \qquad [9]$$

и

$$e^{-kt}\int_0^t e^{k\vartheta}\,K(\vartheta)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\alpha\,(R_t-R_\vartheta)\,d\vartheta=e^{-kt}\sum_{s=0}^{n-1} e^{ks\tau}\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\alpha\,(R_t-R_{s\tau})\,W_s, \qquad [10]$$

где $K=L$ или M и $W_s=L(s\tau)\,\tau=X_s$ или $M(s\tau)\,\tau=Y_s$; Z_s соответственно равно $N(s\tau)\,\tau$. Различные выражения [10] мы по порядку обозначаем через $C(X)$, $C(Y)$, $S(X)$, $S(Y)$. Тогда имеем:

$$\left.\begin{aligned} p&=C(X)-S(Y),\\ q&=S(X)+C(Y). \end{aligned}\right\} \qquad [11]$$

§ 4. Не входя в более тонкие соображения из теории вероятностей, полагаем:

$$\left.\begin{aligned} (X_s, dX_s)&=\sqrt{\frac{a}{2\pi k\tau}}\,e^{-\frac{aX_s^2}{2k\tau}}dX_s, \quad (Y_s, dY_s)=\sqrt{\frac{a}{2\pi k\tau}}\,e^{-\frac{aY_s^2}{2k\tau}}dY_s,\\ (Z_s, dZ_s)&=\sqrt{\frac{b}{2\pi l\tau}}\,e^{-\frac{bZ_s^2}{2l\tau}}dZ_s, \end{aligned}\right\} \qquad [12]$$

где $(X_s,\ dX_s)$, и т. д. обозначает вероятность, что X_s лежит в промежутке $(X_s,\ X_s+dX_s)$. [12] полагаем справедливым для всех s. Вероятность, которую мы ищем, есть при аналогичных обозначениях

$$(p, dp; q, dq; r, dr)=w\,dp\,dq\,dr.$$

Она равна:

$$w\,dp\,dq\,dr = \left(\frac{a}{2\pi k\tau}\right)^n \left(\frac{a}{2\pi l\tau}\right)^{\frac{n}{2}} \int\ldots\int exp\Big[-\frac{a}{2k\tau}\sum_0^{n-1}(X_s^2+Y_s^2) - \\ -\frac{b}{2l\tau}\sum_0^{n-1} Z_s^2\Big]\,dX\,dY\,dZ, \qquad [13]$$

где $dX = dX_0 \ldots dX_{n-1}$ и dY, dZ имеют соответствующее значение; область интегрирования дана неравенствами (см. [8], [10], [11]):

$$\left.\begin{aligned} r - r_0 e^{-lt} &\leqslant \sum_0^{n-1} e^{-l(t-s\tau)} Z_s \leqslant r - r_0 e^{-lt} + dr, \\ p &\leqslant \sum_0^{n-1} e^{-k(t-s\tau)} \cos\alpha\,(R_t - R_{s\tau})\,X_s - \\ -\sum_0^{n-1} e^{-k(t-s\tau)} &\sin\alpha\,(R_t - R_{s\tau})\,Y_s \leqslant p + dp, \\ q &\leqslant \sum_0^{n-1} e^{-k(t-s\tau)} \sin\alpha\,(R_t - R_{s\tau})\,X_s + \\ + \sum_0^{n-1} e^{-k(t-s\tau)} &\cos\alpha\,(R_t - R_{s\tau})\,Y_s \leqslant q + dq \end{aligned}\right\} \qquad [14]$$

или

$$\left.\begin{aligned} \rho \leqslant \sum_0^{n-1} \alpha_s Z_s \leqslant \rho + d\rho, \quad p \leqslant \sum_0^{n-1} (\beta_s X_s - \gamma_s Y_s) \leqslant p + dp, \\ q \leqslant \sum_0^{n-1} (\gamma_s X_s + \beta_s Y_s) \leqslant q + dq. \end{aligned}\right\} \qquad [14^*]$$

Выполняем сперва интегрирование при постоянных $Z_s\,(s = 0, \ldots, n-1)$ Так как „плоскости“ $\Sigma(\beta_s X_s - \gamma_s Y_s) = p$ и $\Sigma(\gamma_s X_s + \beta_s Y_s) = q$ ортогональны, то ортогональным преобразованием можем достичь того, что

$$\sum_0^{n-1}(X_s^2 + Y_s^2) = \Xi^2 + H^2 + \sum_1^{n-1}(\xi_s^2 + \eta_s^2), \qquad [15]$$

где

$$\Xi = \frac{p}{|\nabla p|}, \qquad H = \frac{q}{|\nabla q|}. \qquad [16]$$

Для градиентов имеем

$$(\nabla p)^2 = (\nabla q)^2 = \sum_0^{n-1}(\beta_s^2 + \gamma_s^2) = \sum_0^{n-1} e^{-2k(t-s\tau)} = \frac{1 - e^{2k\tau}}{2k\tau} = \frac{\Theta_1}{2k\tau}, \ (\tau \text{ мало}) \qquad [17]$$

т. е. они не зависят от R. Таким образом получаем:

$$\left.\begin{aligned} w\,dp\,dq\,dr = \left(\frac{a}{2\pi k\tau}\right)^n \left(\frac{b}{2\pi l\tau}\right)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{a}{\Theta_1}(p^2+q^2)}\,dp\,dq \int\ldots\int exp\Big[- \\ -\frac{b}{2l\tau}\sum_0^{n-1} Z_s^2\Big]\,dZ\Big\{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{a\xi^2}{2k\tau}}\,d\xi\Big\}^{2n-2} \end{aligned}\right\} \qquad [18]$$

или

$$w\,dp\,dq\,dr = \frac{a}{\pi\Theta_1}\left(\frac{b}{2\pi l\tau}\right)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{a}{\Theta_1}(p^2+q^2)}\,dp\,dq\int\ldots\int exp\left[-\frac{b}{2l\tau}\sum_0^{n-1} Z_s^2\right]dZ. \qquad [18^*]$$

Для Z'ов имеем область интегрирования $\rho \leqslant \sum_0^{n-1} \alpha_s Z_s \leqslant \rho + d\rho$. Поступая так, как выше, получаем:

$$\left(\frac{b}{2\pi l\tau}\right)^{\frac{n}{2}}\int\ldots\int exp\left[-\frac{b}{2l\tau}\sum_0^{n-1} Z_s^2\right]dZ = \left(\frac{b}{\pi\Theta_2}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{a\rho^2}{\Theta_2}}\,d\rho \qquad [19]$$

причем $\Theta_2 = 1 - e^{-2lt}$. Так как $\rho = r - r_0 e^{-lt}$, то получаем окончательно:

$$w = \frac{a}{\pi\Theta_1}\left(\frac{b}{\pi\Theta_2}\right)^{1/2} e^{-\frac{a}{\Theta_1}(p^2+q^2) - \frac{b}{\Theta_2}(r - r_0 e^{-lt})^2} \qquad [20]$$

Для $t \to \infty$ получаем максвеллово распределение:

$$w_\infty = \frac{ab^{1/2}}{\pi^{3/2}} e^{-a(p^2+q^2) - br^2} \qquad [21]$$

Постоянные a и b таким образом равны:

$$a = \frac{A}{2kT}, \quad b = \frac{C}{2kT}, \qquad [22]$$

причем здесь k обозначает постоянную Больтцманна, T — абсолютная температура

Физический институт
Ленинградского государственного
университета.

Поступило
18 VI 1934.

PHYSIK

ÜBER EINEN SPEZIALFALL DER BROWNSCHEN ROTATIONSBEWEGUNG

Von G. KRUTKOW

korrespondierendem Mitglied der Akademie

§ 1. Bekanntlich bereiten die nichtlinearen Probleme der Theorie der Brownschen Bewegung beträchtliche Schwierigkeiten, die, meines Wissens, bisher unüberwunden bleiben. Aus diesem Grunde sei mir gestattet, hier die Lösung eines speziellen nichtlinearen Problems, für welches eine spezielle Annahme über den Anfangszustand gemacht wird, vorzubringen. Es handelt sich um die Rotation eines starren Teilchens und wir wollen dabei die folgenden Annahmen machen: (a) der Körper sei achsensymmetrisch; sind A, B, C seine Hauptträgheitsmomente, so soll $A = B \neq C$ gelten; (b) für $t = 0$ soll die Winkelgeschwindigkeit die Richtung der Symmetrieachse haben, also

$$p_0 = q_0 = 0, \quad r_0 \neq 0$$

sein

§ 2. Die mechanischen Differentialgleichungen unserer Aufgabe sind die folgenden:

$$\left.\begin{aligned} A\dot{p} + (C-A)rq + \varkappa p &= L_1(t), \\ A\dot{q} + (A-C)rp + \varkappa q &= M_1(t), \\ C\dot{r} \qquad\quad + \varkappa r &= N_1(t); \end{aligned}\right\} \qquad [1]$$

hier ist $(-\varkappa p, -\varkappa q, -\varkappa r)$ das Widerstandsmoment und (L_1, M_1, N_1) das „zufällige" Moment der Kräfte, das von den Flüssigkeitsteilchen auf den Körper übertragen wird. Statt [1] schreiben wir:

$$\left.\begin{aligned} \dot{p} + \alpha rq + kp &= L(t), \\ \dot{q} - \alpha rp + kq &= M(t), \\ \dot{r} \qquad\quad + lr &= N(t). \end{aligned}\right\} \qquad [2]$$

wobei gesetzt ist:

$$\frac{C-A}{A} = \alpha, \quad \frac{\varkappa}{A} = k, \quad \frac{\varkappa}{C} = l \qquad [3]$$

und

$$\left(\frac{L_1}{A}, \quad \frac{M_1}{A}, \quad \frac{N_1}{C}\right) = (L, M, N). \qquad [4]$$

Laut Annahme (b) haben wir (für $t=0$) $p_0 = q_0 = 0$, $r_0 \neq 0$ und erhalten leicht

$$r = e^{-lt}\left(r_0 + \int_0^t e^{l\vartheta} N(\vartheta)\, d\vartheta\right) \qquad [5]$$

und

$$\left.\begin{aligned} p &= \int_0^t e^{-k(t-\vartheta)} \left[L(\vartheta)\cos\alpha(R_t - R_\vartheta) - M(\vartheta)\sin\alpha(R_t - R_\vartheta)\right] d\vartheta, \\ q &= \int_0^t e^{-k(t-\vartheta)} \left[L(\vartheta)\sin\alpha(R_t - R_\vartheta) + M(\vartheta)\cos\alpha(R_t - R_\vartheta)\right] d\vartheta. \end{aligned}\right\} \qquad [6]$$

Hier ist allgemein gesetzt:

$$R_\xi = \int_0^\xi r(\eta)\, d\eta. \qquad [7]$$

§ 3. Wir teilen nun das Zeitintervall $(0, t)$ in n Teile von der Dauer τ und wollen τ klein annehmen. Dann haben wir angenähert (1):

$$r = r_0 e^{-lt} + \sum_{s=0}^{n-1} e^{-l(t-s\tau)} Z_s, \qquad [8]$$

$$R_t = \frac{r_0}{l}(1 - e^{-lt}) + \sum_{s=0}^{n-1} \frac{1 - e^{-l(t-s\tau)}}{l} Z_s. \qquad [9]$$

und

$$e^{-kt}\int_0^t e^{k\vartheta} K(\vartheta) \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \alpha(R_t - R_\vartheta)\, d\vartheta = e^{-kt} \sum_{s=0}^{n-1} e^{ks\tau} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} \alpha(R_t - R_{s\tau})\, W_s \qquad [10]$$

wo $K=L$, resp. M und $W_s=L(s\tau)\,\tau=X_s$, resp. $M(s\tau)\,\tau=Y_s$ ist; Z_s ist entsprechend gleich $N(s\tau)\,\tau$. Die verschiedenen Ausdrücke [10] bezeichnen wir der Reihe nach durch $C(X)$, $C(Y)$, $S(X)$ und $S(Y)$. Dann hat man

$$\left.\begin{aligned} p&=C(X)-S(Y),\\ q&=S(X)+C(Y). \end{aligned}\right\} \qquad [11]$$

§ 4. Ohne in feinere wahrscheinlichkeitstheoretische Betrachtungen einzugehen, machen wir den Ansatz:

$$\left.\begin{aligned} (X_s, dX_s)&=\sqrt{\frac{a}{2\pi k\tau}}\,e^{-\frac{aX_s^2}{2k\tau}}\,dX_s,\quad (Y_s, dY_s)=\sqrt{\frac{a}{2\pi k\tau}}\,e^{-\frac{aY_s^2}{2k\tau}}\,dY_s,\\ (Z_s, dZ_s)&=\sqrt{\frac{b}{2\pi l\tau}}\,e^{-\frac{bZ_s^2}{2l\tau}}\,dZ_s, \end{aligned}\right\} \qquad [12]$$

wo (X_s, dX_s) usw. die Wahrscheinlichkeit bedeutet, dass X_s in das Intervall (X_s, X_s+dX_s) fällt. Die Ausdrücke [12] sollen für alle s gelten. Die hier gesuchte Wahrscheinlichkeit ist in analoger Bezeichnungsweise $(p,\ dp;\ q,\ dq;\ r,\ dr)=w\,dp\,dq\,dr$ und gleich:

$$w\,dp\,dq\,dr=\left(\frac{a}{2\pi k\tau}\right)^n\left(\frac{b}{2\pi l\tau}\right)^{\frac{\nu}{2}}\int\dots\int exp\left[-\frac{a}{2k\tau}\sum_0^{n-1}(X_s^2+Y_s^2)-\right.$$
$$\left.-\frac{b}{2l\tau}\sum_0^{n-1}Z_s^2\right]dX\,dY\,dZ, \qquad [13]$$

wo $dX=dX_0\dots dX_{n-1}$ bedeutet, und dY, dZ entsprechende Bedeutung haben; das Integrationsgebiet ist gegeben (siehe [8], [10], [11]) durch:

$$\left.\begin{aligned} r-r_0e^{-lt}&\leqslant\sum_0^{n-1}e^{-l(t-s\tau)}\,Z_s\leqslant r-r_0e^{-lt}+dr,\\ p&\leqslant\sum_0^{n-1}e^{-k(t-s\tau)}\cos\alpha\,(R_t-R_{s\tau})\,X_s-\\ &-\sum_0^{n-1}e^{-k(t-s\tau)}\sin\alpha\,(R_t-R_{s\tau})\,Y_s\leqslant p+dp,\\ q&\leqslant\sum_0^{n-1}e^{-k(t-s\tau)}\sin\alpha\,(R_t-R_{s\tau})\,X_s+\\ &+\sum_0^{n-1}e^{-k(t-s\tau)}\cos\alpha\,(R_t-R_{s\tau})\,Y_s\leqslant q+dq \end{aligned}\right\} \qquad [14]$$

oder

$$\left.\begin{aligned} \rho\leqslant\sum_0^{n-1}\alpha_s\,Z_s\leqslant\rho+d\rho,\quad p\leqslant\sum_0^{n-1}(\beta_s\,X_s-\gamma_s\,Y_s)\leqslant p+dp,\\ q\leqslant\sum_0^{n-1}(\gamma_s\,X_s+\beta_t\,Y_s)\leqslant q+dq. \end{aligned}\right\} \qquad [14^*]$$

Wir führen zuerst die Integration bei festgehaltenen $Z_s (s = 0, \ldots, n-1)$ aus. Da die „Ebenen" $\Sigma(\beta_s X_s - \gamma_s Y_s) = p$ und $\Sigma(\gamma_s X_s + \beta_s Y_s) = q$ orthogonal sind, können wir mittels einer orthogonalen Transformation bewirken, dass

$$\sum_0^{n-1} (X_s^2 + Y_s^2) = \Xi^2 + H^2 + \sum_1^{n-1} (\xi_s^2 + \eta_s^2) \qquad [15]$$

wird mit

$$\Xi = \frac{p}{|\nabla p|}, \qquad H = \frac{q}{|\nabla q|}. \qquad [16]$$

Nun ist

$$(\nabla p)^2 = (\nabla q)^2 = \sum_0^{n-1} (\beta_s^2 + \gamma_s^2) = \sum_0^{n-1} e^{-2k(t-s\tau)} = \frac{1 - e^{-2kt}}{2k\tau} = \frac{\Theta_1}{2k\tau}, (\tau \text{ klein}) \qquad [17]$$

also von den R unabhängig. Wir erhalten also

$$\left.\begin{aligned} w\, dp\, dq\, dr = \left(\frac{a}{2\pi k\tau}\right)^n \left(\frac{b}{2\pi l\tau}\right)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{a}{\Theta_1}(p^2+q^2)}\, dp\, dq \int \ldots \int exp\Big[- \\ - \frac{b}{2l\tau} \sum_0^{n-1} Z_s^2\Big] dZ \Big\{ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{a\xi^2}{2k\tau}}\, d\xi \Big\}^{2n-2} \end{aligned}\right\} \qquad [18]$$

oder

$$w\, dp\, dq\, dr = \frac{a}{\pi\Theta_1} \left(\frac{b}{2\pi l\tau}\right)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{a}{\Theta_1}(p^2+q^2)}\, dp\, dq \int \ldots \int exp\Big[-\frac{b}{2l\tau} \sum_0^{n-1} Z_s^2\Big] dZ. \qquad [18^*]$$

Für die Z haben wir das Integrationsgebiet $\rho \leqslant \sum_0^{n-1} \alpha_s Z_s \leqslant \rho + d\rho$. Indem wir wie oben verfahren, erhalten wir

$$\left(\frac{b}{2\pi l\tau}\right)^{\frac{n}{2}} \int \ldots \int exp\Big[-\frac{b}{2l\tau} \sum_0^{n-1} Z_s^2\Big] dZ = \left(\frac{b}{\pi\Theta_2}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{a\rho^2}{\Theta_2}}\, d\rho \qquad [19]$$

mit $\Theta_2 = 1 - e^{-2lt}$ und schliesslich, da $\rho = r - r_0 e^{-lt}$ ist:

$$w = \frac{a}{\pi\Theta_1} \left(\frac{b}{\pi\Theta_2}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{a}{\Theta_1}(p^2+q^2) - \frac{b}{\Theta_2}(r - r_0 e^{-lt})^2} \qquad [20]$$

Für $t \to \infty$ erhalten wir die Maxwellsche Verteilung

$$w_\infty = \frac{ab^{1/2}}{\pi^{3/2}} e^{-a(p^2+q^2) - b r^2} \qquad [21]$$

Die Konstanten a und b sind also gleich:

$$a = \frac{A}{2kT}, \quad b = \frac{C}{2kT}, \qquad [22]$$

wo k hier die Boltzmannsche Konstante bedeutet, T — die absolute Temperatur.

Physikalisches Forschungsinstitut
der Universität Leningrad.

Eingegangen
d. 13. VI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] См. напр. ИМЕН, 1933, № 10, стр. 1419. S. z. B. Bull. Acad. Sci. URSS, 1933 № 10, p. 1419 (russisch).

Д. Ю. ПАНОВ

О ПРИБЛИЖЕННОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА ЖЕСТКОСТИ ДЛЯ СИММЕТРИЧНОГО ПРОФИЛЯ

(*Представлено академиком С. А. Чаплыгиным 27 V 1934*)

1. Решая задачу об изгибе призматического стержня силами, распределенными по его концу и статически эквивалентными поперечной силе Q, приложенной в центре тяжести сечения стержня параллельной оси x, по методу Тимошенко ([1]), мы отыскиваем функцию напряжений $\varphi(x, y)$, удовлетворяющую уравнению:

$$\frac{\partial_2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{Q}{I}\left[\frac{\sigma}{1+\sigma} y - f'(y) + C\right] \qquad [1]$$

с граничным условием

$$\varphi = 0 \qquad [2]$$

на контуре симметричного относительно оси y сечения стержня заданного уравнением:

$$x^2 - f(y) = 0. \qquad [3]$$

Постоянная C, входящая в уравнение [1], определяется в случае решения классической проблемы изгиба из условия:

$$Qy_0 + \iint (xY_z - yX_z)\, dx\, dy = 0, \qquad [4]$$

где

$$X_z = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{Q}{2I}[x^2 - f(y)],$$

$$Y_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial x},$$

а y_0 — координата центра тяжести сечения. При таком определении C система напряжений в каждом поперечном сечении стержня статически эквивалентна поперечной силе Q. Если же нужно найти положение центра жесткости поперечного сечения стержня, то C определяют из данного Л. С. Лейбензоном ([2]) уравнения:

$$C + \frac{\sigma}{1+\sigma} y_0 = 0.$$

Найдя при этом значении C функцию $\varphi(x, y)$ из уравнения [1], получают далее координату $\bar{y}$ центра жесткости по формуле Дэнкана-Лейбензона ([2, 3]).

$$\bar{y} = -\frac{1}{Q}\iint (xY_z - yX_z)\, dx\, dy.$$

2. Дадим C произвольное значение. Этому будет соответствовать изгиб стержня поперечной силой Q и закручивание некоторой парой с моментом

$$M = \iint (xY_z - yX_z)\, dx\, dy + Qy_0.$$

Крутка стержня τ определится из уравнения:

$$\frac{P}{I}\left[C+\frac{\sigma}{1+\sigma}y_0\right]=-2\mu\tau$$

и может быть разложена на крутку τ_1, от действия момента M,

$$\tau_1=\frac{M}{\mu T}$$

где T — величина, аналогичная полярному моменту инерции для круга, и крутку τ_2 собственно от изгиба

$$\tau_2=\tau-\tau_1=-\frac{1}{2\mu}\cdot\frac{Q}{I}\left[C+\frac{\sigma}{1+\sigma}y^0\right]-\frac{M}{\mu T},$$

Имея величину крутки от изгиба, находим абсциссу центра жесткости из уравнения:

$$\tau_2-\frac{Q(\overline{y}-y_0)}{\mu T}=0,$$

что дает:

$$\overline{y}=-\frac{T}{2\zeta}\left[C+\frac{\sigma}{1+\sigma}y_0\right]-\frac{\iint(xY_z-yX_z)\,dx\,dy}{Q} \qquad [5]$$

Эта формула является обобщением формулы Дэнкана-Лейбензона и в некоторых случаях (если известно точное или приближенное значения T) может оказаться очень удобной. Если C определено так, как это делается при решении классической проблемы изгиба, т. е. из уравнения [4], то

$$\overline{y}-y_0=-\frac{T}{2\zeta}\left[C+\frac{\sigma}{1+\sigma}y_0\right].$$

3. Применим формулу [5] для отыскания центра жесткости области ограниченной контуром

$$x^2=ky(1-y)^2, \qquad [6]$$

для которого Л. С. Лейбензоном (4) приближенно найдена величина T.

Легко проверить, что функция

$$\varphi(x,y)=\frac{Q}{8I}\left[x^2+\alpha y^3+\beta y^2+\frac{1}{3\alpha}\left\{\left(\beta-\frac{1-3\sigma}{1+\sigma}\right)(b+1)-12C\alpha\right\}y+\right.$$
$$\left.+\gamma\right]\left[y+\frac{1}{3\alpha}\left(\beta-\frac{1-3\sigma}{1+\sigma}\right)\right]$$

является решением уравнения [1], удовлетворяющим условию [2] вдоль кривой

$$x^2+\alpha y^3+\beta y^2+\frac{1}{3\alpha}\left\{\left(\beta-\frac{1-3\sigma}{1+\sigma}\right)(\beta+1)-12C\alpha\right\}y+\gamma=0 \qquad [7]$$

при любых α, β и γ.

Полагая

$$\alpha = -k,$$
$$\beta = 2k,$$
$$\gamma = 0,$$
$$C = \frac{1 - 3\sigma - 6\sigma k - 7(1+\sigma)k^2}{36(1+\sigma)k},$$

мы получаем из уравнения [7] контур [6]. Так как для этого контура

$$y_0 = \frac{3}{7},$$

$$I = \frac{64k^{3/2}}{3465},$$

$$T = \frac{256\,k^{3/2}}{3465\,(1+{}^{11}/_{13}\,k)}\,*,$$

то по формуле [5] находим:

$$\bar{y} = \frac{19}{78} + \frac{13(2+k)}{6(13+11k)} - \frac{35+51\sigma}{14(13+11k)(1+\sigma)}.$$

При $k \to 0$ получаем отсюда:

$$\bar{y} = \frac{15}{26} - \frac{35+51\sigma}{182(1+\sigma)},$$

что при $\sigma = 0$ совпадает со значением

$$\bar{y} = \frac{5}{13},$$

получающимся по формуле Гриффита-Тейлора ([6]). Вычисляя $\bar{y} - y_0$ находим:

$$\bar{y} - y_0 = -\frac{12(1-\sigma)k - 52(1+3\sigma)}{91(1+\sigma)(13+11k)},$$

что при $k \to 0$ дает:

$$\bar{y} - y_0 = -\frac{4}{91}\cdot\frac{1+3\sigma}{1+\sigma},$$

т. е. то же значение, которое находит Дэнкан ([3]).

Центральный аэро-гидродинамический институт
им. Н. Е. Жуковского. Москва.

Поступило
27 V 1934.

---

* Формулу для T дана в исправленном В. П. Ветчинкиным ([5]) виде, причем множитель 0,0739, получающийся у В. П. Ветчинкина, заменен через ${}^{256}/_{3465} = 0.073881$, исходя из того, что $\lim_{k \to 0} \bar{y}$ должен быть конечным.

ON THE APPROXIMATE DETERMINATION OF THE FLEXURAL CENTRE POSITION FOR A SYMMETRICAL SECTION

By D. PANOV

(*Communicated by S. Caplygin, Member of the Academy, 27. V. 1934*)

1. Solving the problem of flexure of a prismatic beam due to forces distributed along its end and statically equivalent to a lateral force Q applied in the centroid of the beam section, by Timošenko's method (1) we find the stress function $\varphi(x, y)$ satisfying the following equation:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}=\frac{Q}{I}\left[\frac{\sigma}{1+\sigma}y-f'(y)+C\right] \qquad [1]$$

with the boundary condition

$$\varphi=0 \qquad [2]$$

on the contour of a beam section, symmetrical about the y-axis, given by the equation

$$x^2-f(y)=0. \qquad [3]$$

The constant C entering into the equation [1] in case of the classical problem of flexure is determined from the condition:

$$Qy_0+\int\int(xY_z-yX_z)\,dx\,dy=0, \qquad [4]$$

where

$$X_z=\frac{\partial\varphi}{\partial y}-\frac{Q}{2I}[x^2-f(y)],$$

$$Y_z=-\frac{\partial\varphi}{\partial x},$$

and y_0 is the coordinate of the centroid of the section. In case of C being determined as above, the stress system in each cross section of the beam is statically equivalent to the lateral force Q. But if the problem consists in determining the flexural centre position of the cross section of the beam, then C is obtained from the equation given by L. Leibenzon (2):

$$C+\frac{\sigma}{1+\sigma}y_0=0.$$

Having found the function $\varphi(x, y)$ from the equation [1] for this value of the constant C, the coordinate $\bar{y}$ of the flexural centre is obtained from Duncan-Leibenzon's formula (2, 3):

$$\bar{y}=-\frac{1}{Q}\int\int(xY_z-yX_z)\,dxdy.$$

2. Let us give the constant C an arbitrary value. This will correspond to the flexure of the beam due to the force Q and to the torsion, due to a couple with a moment

$$M=\int\int(xY_z-yX_z)\,dx\,dy.$$

The twist of the beam τ is determined from the equation

$$\frac{Q}{I}\left[C+\frac{\sigma}{1+\sigma}y_0\right]=-2\mu\tau$$

and may be divided into the twist τ_1 due to the moment M,

$$\tau_1=\frac{M}{\mu T},$$

where T is a quantity analogous to the polar moment of inertia for a circle, and τ_2, due to the flexure,

$$\tau_2=\tau-\tau_1=-\frac{1}{2\mu}\frac{Q}{I}\left[C+\frac{\sigma}{1+\sigma}y_0\right]-\frac{M}{\mu T}.$$

The value of the twist, due to the flexure, being known, the abscissa of the flexural centre may be found from the equation:

$$\tau_2-\frac{Q(\bar{y}-y_0)}{\mu T}=0,$$

which gives:

$$\bar{y}=-\frac{T}{2I}\left[C+\frac{\sigma}{1+\sigma}y_0\right]-\frac{1}{Q}\iint(xY_z-yX_z)\,dx\,dy. \qquad [5]$$

This formula represents a generalized form of Duncan-Leibenzon's formula and in some cases (when the exact or the approximate value of T is known) may be very convenient. If C is determined as it is done for the solution of the classical flexure problem, i. e. from the equation [4], then

$$\bar{y}-y_0=-\frac{T}{2I}\left[C+\frac{\sigma}{1+\sigma}y_0\right].$$

3. Let us use the formula [5] for the determination of the flexural centre of the region bound by the curve

$$x^2=ky(1-y)^2, \qquad [6]$$

for which the value T has been approximately determined by L. Leibenzon [4].

It is easy to see that the function

$$\varphi(x,y)=\frac{Q}{8I}\left[x^2+\alpha y^3+\beta y^2+\frac{1}{3\alpha}\left\{\left(\beta-\frac{1-3\sigma}{1+\sigma}\right)(\beta+1)-12C\alpha\right\}y+\right.$$
$$\left.+\gamma\right]\left[y+\frac{1}{3\alpha}\left(\beta-\frac{1-3\sigma}{1+\sigma}\right)\right]$$

represents the solution of the equation [1] satisfying the condition [2] along the curve

$$x^2+\alpha y^3+\beta y^2+\frac{1}{3\alpha}\left\{\left(\beta-\frac{1-3\sigma}{1+\sigma}\right)(\beta+1)-12C\alpha\right\}y+\gamma=0 \qquad [7]$$

for any values of α, β and γ.

Assuming

$$\alpha=-k,$$
$$\beta=2k,$$
$$\gamma=0,$$
$$C=\frac{1-3\sigma-6\sigma k-7(1+\sigma)k^2}{36(1+\sigma)k},$$

we obtain the contour [6] from the equation [7]. Since for this contour

$$y_0 = \frac{3}{7},$$

$$I = \frac{64k^{3/2}}{3465},$$

$$T = \frac{256\,k^{3/2}}{3465\,(1 + {}^{11}/_{13}\,k)}\,*,$$

from the formula [5] we obtain

$$\bar{y} = \frac{19}{78} + \frac{13\,(2 + k)}{6\,(13 + 11\,k)} - \frac{35 + 51\,\sigma}{14\,(13 + 11\,k)\,(1 + \sigma)}.$$

Hence when $k \to 0$ we get

$$\bar{y} = \frac{15}{26} - \frac{35 + 51\sigma}{182\,(1 + \sigma)},$$

which when $\sigma = 0$ will agree with value

$$\bar{y} = \frac{5}{13}$$

obtained from the Griffith-Taylor formula (6).

Computing $\bar{y} - y_0$, we find that

$$\bar{y} - y_0 = \frac{12\,(1 - \sigma)\,k - 52\,(1 + 3\sigma)}{91\,(1 + \sigma)\,(13 + 11k)},$$

which when $k \to 0$ gives

$$\bar{y} - y_0 = -\frac{4}{91} \cdot \frac{1 + 3\sigma}{1 + \sigma},$$

i. e. the same value as that obtained by W. Duncan (3).

Central Aero-Hydrodynamical
Institute. Moscow.

Received
27. V. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES.

1 С. П. Тимошенко. Курс теории упругости. Часть 1, СПб., 1914, стр. 175—180. S. Timoshenko. Lectures on the theory of Elasticity. P. 1, St Petersbourg, 1914, p. 175—180. 2 Л. С. Лейбензон. О центре изгиба (печатается отд. изданием). L. Leibenzon. On the Centre of Flexure (in the press). 3 W. J. Duncan. R. & M., 1444, 1932, pp. 64—65. 4 Л. С. Лейбензон. Труды ЦАГИ, № 8, 1924. L. Leibenzon. Transactions of the Central Aero-Hydrodynamical Institute, № 8, 1924. 5 В. П. Ветчинкин. Теория гребных винтов. Москва, 1926 (литогр.), стр. 453. V. Vetcinkin. Theory of Screw Propellers. Moscow, 1926, p. 453. 6 A. A. Griffith & B. T. Taylor. R. & M., 399, 1917, appendix.

---

* The formula for T is given as revised by prof. V. Vetčinkin (5). The factor 0.0739 obtained by V. Vetčinkin is replaced by $256/3465 = 0.73881$ in view of the fact that $\lim_{k \to 0} \bar{y}$ must have a finite value.

А. Ф. БЕЛЯЕВ и Ю. Б. ХАРИТОН

О ПЕРЕДАЧЕ ДЕТОНАЦИИ ЧЕРЕЗ ПУСТОТУ

(*Представлено академиком Н. Н. Семеновым 9 VI 1934*)

Изучение передачи детонации через пустоту представляет собою большой принципиальный интерес. В этом случае мы имеем дело с передачей детонации теми же частицами (и при этом обладающими теми же энергиями), которые участвуют в распространении детонации в сплошном взрывчатом веществе. В то же время, изучая передачу детонации в вакууме, мы имеем возможность путем несложных манипуляций (например, изменяя расстояние между инициирующим и инициируемым зарядами) изменять концентрацию потока части, воздействующих на инициируемый заряд и передающих детонацию. Это последнее обстоятельство представляло для нас большой интерес в связи с соображениями, развитыми недавно в статье, опубликованной в этом журнале одним из авторов совместно с К. К. Андреевым.*

В этой заметке мы приводим несколько неожиданные результаты, полученные при изучении расстояния, на котором передается детонация в вакууме. Объектом исследования служили кристаллики азида свинца весом 1—2 мг. Инициирующий (активный) кристаллик помещался в центре стеклянного шара над маленьким (0.5 мм^2) отверстием в металлическом диске толщиной около 1 мм. Детонация его происходила под действием прикосновения раскаленной проволоки. Инициируемый (пассивный) кристалл помещался под диском на слюдяной пластинке. В случае, если детонация передавалась, в пластинке пробивалось небольшое отверстие.

Если пространство заполнено воздухом при атмосферном давлении, то в указанных условиях детонация передавалась на расстояние около 1.5 см.

В эвакуированном пространстве детонация передавалась при удалении пассивного кристалла до стенки колбы (10 см.). Для того чтобы найти предельное расстояние, пришлось приделать к шару длинную широкую трубку. Оказалось, что предельное расстояние передачи детонации в вакууме составляет 40—45 см. Количество бомбардирующих пассивный заряд частиц в этом случае весьма мало. Их энергия соответствует примерно 500 эрг/см^2.

В настоящее время ведется изучение режима бомбардировки пассивного кристалла, а также поведения различных взрывчатых веществ, что позволит сделать ряд заключений о механизме передаче детонации в указанных условиях.

Ленинградский институт
химической физики.

Получено
9 VI 1934.

---

* ДАН, 1934, т. I, № 7, стр. 402.

THE TRANSMISSION OF DETONATIONS IN A VACUUM

By A. BELĬAJEV and J. CHARITON

(*Communicated by N. Semenov, Member of the Academy, 9. VI. 1934*)

The transmission of a detonation through a vacuum is of great interest, since the detonation in this case is transmitted by the same kind of particles possessing the same amount of energy as those which are responsible for the propagation of a detonation in the explosive in bulk. At the same time it is possible by means of simple manipulations, e. g. changing the distance between the active and passive crystals, to vary the concentration of the impacting molecular flux. This feature was of particular interest to the authors in connexion with the point of view developed by one of us, together with C. Andrejev, in a recent paper in this journal.*

It is the purpose of this note to give some figures showing the distance through which a detonation can be transmitted *in vacuo*, from one sample to another. Lead azide crystals weighing 1—2 mg were used in this investigation. At the centre of a spherical glass bulb the initiating (active) crystal was placed over a small circular hole (~ 0.5 mm^2) in a metal disc about 1 mm thick. The initiated (passive) crystal was placed under this disc on a slip of mica. Whenever a detonation was transmitted, the mica was punctured.

In air at normal pressure a detonation could be transmitted with this arrangement through a distance of about 1.5 cm.

When the bulb was evacuated, however, the passive crystal could be removed to the walls, corresponding to a distance of about 10 cm, and transmission still took place. In order to find the limiting distance for effective transmission, the passive crystal was placed in a wide tube sealed to the bulb. Under these conditions the detonation could be transmitted through a distance of 40—45 cm. At about 45 cm transmission ceased.

With such large distances the energy arriving at the surface of the passive crystal is very small — approximately 500 erg/cm^2.

This work is being continued by studying the factors involved in the bombardment of the passive crystal, and the results should lead to a number of conclusions concerning the mechanism of the transmission of detonations under the given conditions. In addition, various explosives are being investigated.

Leningrad Institute of Chemical Physics.

Received 9. VI. 1934.

---

* C. R. Acad. Sci. URSS, 1934, v. I, № 7, p. 404.

Академик Н. Д. ЗЕЛИНСКИЙ и Б. А. КАЗАНСКИЙ

ПРЕВРАЩЕНИЕ ПЕНТАМЕТИЛЕНОВЫХ ЦИКЛОВ С РАЗРЫВОМ КОЛЬЦА В ПАРАФИНОВЫЕ УГЛЕВОДОРОДЫ КОНТАКТОМ С ПЛАТИНОЙ В ПРИСУТСТВИИ ВОДОРОДА*

Недавно мы сообщили о том совершенно неожиданном факте, что циклопентан под влиянием водорода в контакте с платиной размыкает свою кольчатую систему и дает пентан, т. е. ведет себя так, как это свойственно непредельным соединениям с одной двойной связью или циклическим углеводородом ряда циклопропана, равновесной системе которого присуще, согласно теории Байера, большое напряжение.

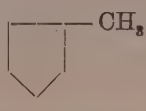
Такое поведение циклопентана противоречит общепринятым теоретическим представлениям об отсутствии натяжения в молекуле этого углеводорода и особенной его поэтому прочности.

Надо было разрешить вопрос поскольку вообще циклопентановые углеводороды в замеченных нами условиях способны претерпевать гидрирование, переходя в предельные углеводороды с открытой цепью углеродных атомов.

Мы поставили нижеследующие опыты и убедились, что однозамещенные циклопентаны еще легче размыкаются, причем образуются углеводороды парафинового ряда не нормального, а изо-строения.

Приводим экспериментальные данные.

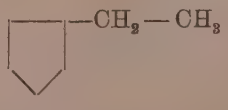
Метил-циклопентан:



т. к. 71—72.5° (745 мм) $n_D^{15.5^\circ} = 1.4119$; $h_{4^\circ}^{15^\circ} = 0.7505$.

После трех проведений в токе водорода над платинированным активированным углем (20% Pt) при 305—310° со скоростью 4—5 капель в минуту получен углеводород с такими свойствами: т. к. 60—63° (743 мм); $n_D^{16.5^\circ} = 1.3770$; $d_{4^\circ}^{16.5^\circ} = 0.6606$. $MD = 29.98$; MD для C_5H_{14} 29.91. Он очень близок к изогексану-2-метил-пентану, который и имеет константы: т. к. 60—61° (743 мм); $d_{4^\circ}^{15^\circ} = 0.658$; $n_D^{20^\circ} = 1.3735$.

Этил-циклопентан:



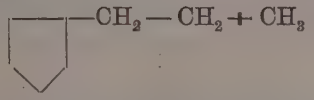
т. к. 100.5—101.5° (740 мм); $n_D^{20^\circ} = 1.4202$; $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 0.7654$.

* Доложено в Общем собрании АН 28 апреля 1934 г.

После однократного проведения над тем же катализатором при 300° получен продукт с рефракцией $n_D^{18°} = 1.3925$. После второго проведения свойства полученного углеводорода таковы: т. к. 91—96° (748 мм); $n_D^{19°} = 1.3932$; $d_{4°}^{19°} = 0.6967$. $MD = 34.32$; MD для C_7H_{16} 34.53.

Отсюда видно, что достаточно было однократного контакта этилциклопентана с платиной, чтобы получить катализат, который при вторичном гидрировании сохраняет прежнюю константу рефракции. Мы рассматриваем полученный нами продукт как смесь изомерных гептанов с преобладанием в ней изо-форм.

Пропил-циклопентан:



т. к. 126—128° (739 мм); $n_D^{16.5°} = 1.4270$; $d_{4°}^{16.5°} = 0.7789$.

После первого проведения над тем же платинированным углем в условиях предыдущих опытов катализат показал $n_D^{17°} = 1.4050$. После второго проведения катализат сохранил прежнюю рефракцию: $n_D^{15°} = 1.4062$ и кипел в широких пределах 105—121°. При фракционировке выделена главная часть с такими константами: т. к. 117—119° (740 мм); $n_D^{17.5°} = 1.4045$; $d_{4°}^{17.5°} = 0.7177$. $MD = 38.94$; MD для $C_8H_{18} = 39.14$. Нормальный октан имеет такие свойства: т. к. 125—125.6 (766 мм); $d_{4°}^{17.6°} = 0.7046$; $n_D^{17.6°} = 1.3988$. 3-этил-гексан: т. к. 118.8—119°; $d_{15°}^{15°} = 0.7175$; $n_D^{25°} = 1.3993$. Таким образом и в этом случае в полученном нами продукте мы имеем смесь углеводородов с преобладанием в ней изооктанов.

Все указанные опыты по расщеплению циклопентанового кольца произведены нами над синтетическими углеводородами, приготовленными, исходя из цикло-пентанона.

Нас очень интересует дальнейшая работа в указанном направлении и та предельная более низкая температура, которая достаточна уже, чтобы процесс гидрирования катализом циклопентановых углеводородов имел бы место.

Весьма важно в этом отношении испытывать поведение полициклических терпенов.

Поступило
31 V 1934.

CHEMIE

UMWANDLUNG VON PENTAMETHYLENZYKLEN MIT SPRENGUNG DES RINGES IN KOHLENWASSERSTOFFE DER PARAFFINREIHE DURCH KONTAKT MIT PLATIN IN GEGENWART YON WASSERSTOFF

Von N. ZELINSKIJ, Mitglied der Akademie, und B. KAZANSKIJ

ZUSAMMENFASSUNG

Analog dem Cyclopentan werden Methylcyclopentan, Äthylcyclopentan und Propylcyclopentan bei 300—310° in Gegenwart von Pt-Kohle (20% Pt) glatt hydriert, wobei der Fünfring gesprengt wird und Paraffine gebildet werden, unter denen die iso-Formen mit verzweigter Kohlenstoffkette vorherrschen.

Eingegangen
d. 31. V. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—LITERATUR

[1] Зелинский, Казанский и Платэ. B., **66**, 1415, 1933.

БИОФИЗИКА

Академик Н. Е. ЛАЗАРЕВ и А. С. ГАМБУРЦЕВА

ОБ ИЗМЕНЕНИЯХ АДАПТАЦИИ ПЕРИФЕРИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ В ТЕЧЕНИЕ ВОСЬМИ МЕСЯЦЕВ

Как показал Лазарев, из кривой адаптации глаза при периферическом зрении можно получить величину E_0, пропорциональную чувствительности центров коры мозга и коэффициент α_3, представляющий коэффициент скорости восстановления зрительного пурпура, характеризующий чувствительность периферических (внешних) частей аппарата периферического зрения.

Как было показано Лазаревым E_0 и α_3 меняются с возрастом, с временем дня и с географической широтой места. Естественно было ожидать изменений E_0 и α_3 в течение года и для этой цели были выполнены измерения E_0 и α_3 в течение всего рабочего времени 1933—1934 учебного года (сентябрь—апрель), причем все измерения адаптации начинались ежедневно в одни и те же часы. Измерения производились над одним из нас (Гамбурцева). В таблице приведены средние за месяц значения E_0 и α_3.

	1933				1934			
	Сентябрь Septembre	Октябрь Octobre	Ноябрь Novembre	Декабрь Décembre	Январь Janvier	Февраль Février	Март Mars	Апрель Avril
E_0	120	111	111	110	101	106	105	119
α_3	0.044	0.036	0.030	0.030	0.027	0.028	0.032	0.034

Из таблицы видно, что E_0 и α_3 медленно изменяются в течение года, показывая минимум в январе; наибольшие наблюденные значения E_0 и α_3 соответствуют сентябрю и апрелю. Измерения летом не могут быть по условиям работы лаборатории в течение настоящего года выполнены.

Институт экспериментальной медицины.
Лаборатория физиологии и патологии органов чувств.
Москва.
Центральный научно-исследовательский
акушерско-гинекологический институт.
Ленинград.

Поступило
9. VI. 1934.

BIOPHYSIQUE

SUR LES VARIATIONS DE L'ADAPTATION DE LA VISION PÉRIPHÉRIQUE DURANT HUIT MOIS

Par P. LASAREFF, de l'Académie, et A. GAMBURCEVA

Dans le présent travail Lasareff et Gamburceva ont démontré que la sensibilité des centres visuels du cerveau E_0 au cours de la vision périphérique et le coefficient de restitution du pourpre visuel α_3 ont des changements mensuels réguliers. Ces variations ont été étudiés durant 8 mois (Gamburceva) et les valeur moyennes de E_0 et α_3 ont été reproduites dans le tableau (p. 000). On voit qu'au mois de janvier les valeurs de E_0 et α_3 ont un minimum. Les valeurs les plus grandes ont été trouvées au mois de septembre et au mois d'avril.

Laboratoire de Physiologie et de Pathologie
des Organes des Sens, Institut
de Médicine expérimentale. Moscou.
Institut central d'Obstétrique et de Gynécologie. Leningrad.

Manuscrit reçu
le 9. VI. 1934.

БИОФИЗИКА

Академик П. П. ЛАЗАРЕВ и А. А. ДУБИНСКАЯ

ОБ ИЗМЕНЕНИЯХ ЗРИТЕЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ ПРИ СОТРЯСЕНИЯХ МОЗГА (COMMOTIO CEREBRI)

Нами был исследован случай применения чувствительности при периферическом зрении после сильного сотрясения мозга, сопровождавшегося 15-часовым бессознательным состоянием. Падение произошло 13 IV 1930 г. Первые исследования адаптации были выполнены 28 IV 1930 г. При исследовании по методу Лазарева определялись: величина E_0, характеризующая чувствительность зрительных центров периферического зрения, и коэффициент α_3, дающий представление о скорости восстановления зрительного пурпура и характеризующий чувствительность клеток сетчатки. Изменения E_0 и α_3 после сотрясения мозга даны в нижеследующей таблице.

Дата наблюдения	18 IV	28 IV	29 IV	26 V	27 V
E_0	0 (потеря сознания)	55	55	130	110
α_3	—	0.030	0.030	0.028	0.030

Как видно из таблицы чувствительность центров E_0 быстро растет после сотрясения и восстановляется приблизительно через $1^1/_2$ месяца. α_3,

характеризующие чувствительность окончаний зрительного нерва, не изменяются в течение болезни. Таким образом при сотрясении мозга страдают только центральные аппараты органов чувств; периферические окончания их при сотрясении не страдают и при выздоровлении α_3 не изменяется.

Институт экспериментальной медицины.
Лаборатория физиологии и патологии органов чувств.
Москва.

Поступило
9. VI. 1934.

BIOPHYSIQUE

SUR LES ALTÉRATIONS DE L'ADAPTATION VISUELLE À LA SUITE DE COMMOTION CÉRÉBRAL

Par P. LASAREFF, de l'Académie, et A. DUBINSKAJA

Les auteurs donnent des résultats de mesures des changements de la sensibilité des centres de la vision périphérique E_0 et du coefficient de la restitution du pourpre visuel α_3. On voit que tandis que E_0 (nul au moment de la commotion) croît rapidement et atteint la valeur normale de E_0 après $1^1/_2$ mois environ, α_3 reste constante et ne montre pas de variations.

Laboratoire de Physiologie et de Pathologie
des Organes des Sens, Institut
de Médicine expérimentale. Moscou.

Manuscrit reçu
le 9. VI. 1934.

БИОФИЗИКА

А. С. ГАМБУРЦЕВА

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ КРИВЫХ АДАПТАЦИИ ПРИ ПЕРИФЕРИЧЕСКОМ ЗРЕНИИ

(*Представлено академиком П. П. Лазаревым 9 VI 1934*)

Вопросы зрительной адаптации представляют интерес не только в теоретическом отношении, позволяя характеризовать чувствительность центральной и периферической частей зрительного аппарата, но также и в практическом, доставляя один из наиболее точных индикаторов некоторых заболеваний.

Однако, существующая методика обработки адаптационных наблюдений весьма громоздка, так как требует длительных вычислений, необычных в медицинской практике.

Поэтому представляется интересным дать такие приемы обработки адаптационных кривых, которые исключали бы расчеты и употребление таблиц.

Целью настоящей работы является описание графического метода обработки кривых адаптации.

В основе лежит одно элементарное свойство экспоненциальных функций. Пусть

$$Y(T) = Y_0(1 - e^{-\alpha T}) \qquad [1]$$

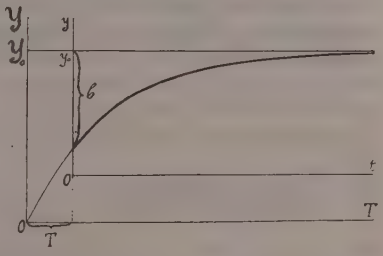
и

$$y(t) = y_0 - be^{-\alpha t}$$

суть уравнения двух кривых с одним и тем же коэффициентом α, вычерченных в одинаковом масштабе в плоскостях TY и ty (см. рисунок).

Положим для определенности $Y_0 > b$. Тогда кривая [II] при наложении должна совпасть с некоторым участком кривой (обе кривые предполагаются построенными лишь в полуплоскостях $T > 0$ и $t > 0$).

Действительно, наложим плоскость ty на плоскость TY так, чтобы оси OT и OY были соответственно параллельны осям $O't$ и $O'y$. Передвигая ее вдоль оси OY добьемся того, чтобы прямая $y = y_0$ совпала с прямой $Y = Y_0$. Затем передвигая плоскость ty в направлении оси OT добьемся того, чтобы точка $(O', y_0 - b)$, т. е. точка кривой [II], соответствующая значению $t = 0$, совпала с некоторой точкой кривой [I]. Пусть в этой точке $T = T_1$. Мы покажем, что при этом всякая другая точка кривой [II] совпадет с некоторой точкой кривой [I].



Для этого достаточно показать, что из равенства

$$T - T_1 = t \qquad [1]$$

вытекает равенство

$$Y_0 - Y(T) = b - y(t) \qquad [2]$$

Из того, что при наложении совпали асимптоты кривых [I] и [II] и точки, соответствующие значениям $t = 0$ и $T = T_1$, вытекает, что

$$b = Y_0 e^{-\alpha T_1}. \qquad [3]$$

Из равенства [1] и уравнения кривой [I] легко получить, что

$$Y_0 - Y(T) = Y_0 + e^{-\alpha T_1} \cdot e^{-\alpha t}, \qquad [4]$$

а из уравнения кривой [II] вытекает, что

$$y_0 - y(t) = b \cdot^{-\alpha t}. \qquad [5]$$

Сопоставляя [3], [4] и [5] убеждаемся в справедливости [2], а следовательно и в справедливости утверждения, что всякая точка кривой [II] совпадает с некоторой точкой кривой [I].

Следовательно, построив заранее систему кривых типа [I] с достаточно большим Y_0 для всех α, встречающихся на практике (от $a = 0.02$ до $\alpha = 0.07$ через 0.002; всего 25 кривых) можно непосредственным подбором по наблюдённым точкам находить кривую и определяющие ее параметры.

Чтобы подбор этой кривой был удобен, можно построить ящик со стеклянной крышкой, на которой нанесены указанные кривые, внутри которого нужно поместить источник света.

В заключение приношу глубокую благодарность академику П. П. Лазареву за интерес к данной работе, а также за предоставление возможности ее выполнения.

Институт экспериментальной медицины. Москва.

Поступило 9 VI 1934.

BIOPHYSIQUE

MÉTHODE GRAPHIQUE D'ÉTUDE DES COURBES D'ADAPTATION POUR LA VISION PÉRIPHÉRIQUE

Par S. GAMBURCEVA

(*Présenté par P. Lasareff, de l'Académie, le 9. VI. 1934*)

Dans ce travail A. Gamburceva donne la description d'un appareil permettant d'obtenir par une méthode mécanique les coefficients E_0, E_1 et α_3 de la formule

$$E = E_0 - E_1 e^{-\alpha_3 t}$$

qui représente d'après Lasareff la courbe d'adaptation visuelle.

Institut de Médecine expérimentale. Moscou.

Manuscrit reçu le 9. VI. 1934.

ГЕНЕТИКА

М. Е. ЛОБАШЕВ и Ф. А. СМИРНОВ

К ПРИРОДЕ ДЕЙСТВИЯ ХИМИЧЕСКИХ АГЕНТОВ НА МУТАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС У *DROSOPHILA MELANOGASTER*

II. ДЕЙСТВИЕ АММИАКА НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ ЛЕТАЛЬНЫХ ТРАНСГЕНАЦИЙ.

(*Представлено академиком ВУАН А. А. Сапегиным 5 V 1934*)

Вопрос о действии химических агентов на мутационный процесс у животных до настоящего времени остается открытым. Целый ряд безуспешных или мало достоверных попыток в этом направлении (Манн — 1923, Меллер — 1928, Матрам — 1930, Сахаров — 1933 и друг.*) усугубляли сомнение в возможности положительного разрешения данного вопроса. Однако, дальнейшие исследования этого вопроса являются настоятельно необходимыми в целях познания как природы мутационного процесса, так и природы действия агентов, влияющих на него.

В подходе к изучению влияния химических агентов до сих пор наблюдается хаотичность в их выборе. Было исследовано большое количество химикалий (мышьяк, хинин, морфий, карбонат лития, сульфат меди, хлористый магний, Janus-Grün, иод и другие), но не пытались прежде всего выяснить значение кислотной или щелочной реакции.

Нами было показано,** что пары уксусной кислоты не дают эффекта на летальные трансгенации. Поэтому представлялось интересным выяснить действие щелочного агента.

* Работ Баура, Штубе и других над растительными объектами мы здесь не касаемся.

** Сообщение I, ДАН, 1934, т. II, № 5, стр. 307.

Аммиак нам представляется для этой цели наиболее пригодным как с точки зрения его способности проникать в клетку, так и физической природы его действия (разжижающий коллоиды.)

Материалом опыта служила линия „apricot", инбридированная в семнадцати поколениях. Методика воздействия оставалась прежней.

Личинки в возрасте 100—120 часов, развивавшиеся при температуре 24—26°, подвергались воздействию паров аммиака (концентрации растворов указаны в таблице). Всего было подвергнуто, в шести приведенных нами опытах, 5785 личинок, из которых впоследствии вылетело 263 мухи, т. е. смертность достигала в среднем 95,0/0 с колебанием от 98—78.0/0 При этом не безынтересно отметить неодинаковую стойкость к воздействию самцов и самок: так из выживших мух, самок оказалось 185, а самцов — 78. Это дает основание думать, что самцы на стадии личинки более чувствительны к данному агенту. Из вылетевших (78) самцов потомство дали 62.

Результаты опытов по влиянию паров аммиака на летальные трансгенации у *Drosophila melanogaster*

Results of experiments concerning the effect of ammonia fumes on lethal transgenations in *Drosophila melanogaster*

№№ опытов Nos of experiments	Концентрация аммиака в 0/0 Concentration of ammonia	Время воздействия в часах Length of action in hours	Количество хромосом, исследованных в F_2 Number of chromosomes of F_2 investigated	Мутация Mutations		0/0
				Летальные Lethal	Семилетальные Semi-lethal	
I	0.5—1	21	533	3	—	0.56
II	1.5	15	207	1	1	0.96
III	1	21	68	—	—	—
IV	1.5	15	82	—	—	—
V	1	25	770	4	—	0.52
VII	1	21	180	1	—	0.55
Всего в опыте . . . . . Total in experiment:			1840	9	1	0.54
Контроль I . . . . . Control			612	1	—	0.15
Контроль II . . . . . Control			551	—	—	—
Контроль III . . . . . Control			820	—	—	—
Всего в контроле . . . . . Total in control:			1983	1	—	0.15

Для учета летальных мутаций применялся метод Меллера — ClB

Полученные данные. Результаты шести опытов, приводимые в сводной таблице, показывают явное наличие действия аммиака на возникновение летальных трансгенаций у *Dr. melanogaster*. На 1840 хромосом от опытных самцов, исследованных в F_2, было обнаружено 9 летальных и 1 семилетальная мутация, что составляет 0.54% (см. таблицу, стр. 175).

Характерной чертой действия аммиака нужно отметить то, что он во всех наших опытах действовал без отказа, давая равномерный процент мутаций. Отсутствие мутаций в опытах III и IV можно объяснить недостаточностью числа культур в F_2. Причем все десять мутаций возникли не пачками, а от 10 различных самцов. В контрольных культурах на 1983 получена одна летальная мутация, что составляет 0.05%; невысокий процент мутаций в контроле может быть объяснен низкой мутабильностью данной линии.

Разница в частоте возникновения летальных мутаций в процентах между опытной и контрольной сериями составляет 0.49 ± 0.12, т. е. разница превосходит свою вероятную ошибку в четыре раза. Вероятная ошибка вычислена по формуле

$$m_{\text{diff}} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{a + b}{n_1 \cdot n_2}}.$$

Кроме учета летальных мутаций мы попутно ставили скрещивание для выявления видимых мутаций. При сравнительно беглом просмотре 13 044 самцов в F_1 (в потомстве от опытных самок) было зарегистрировано четыре раза мутирование локуса white: три раза от apricot к white и один раз от apricot к более темному члену этой же серии аллеломорфов.

В контроле на 17 641 просмотренных самцов никаких заметных изменений не наблюдалось.

Таким образом, как показали наши опыты, аммиак является, пока, единственным из химических агентов, несомненно усиливающим мутационный процесс у *Dr. melanogaster*. Отсюда можно заключить, что в противоположность уксусной кислоте, которая вызывает только нерасхождение хромосом, щелочная среда является действительно благоприятной для возникновения трансгенаций.

Лаборатория генетики
Ленинградского государственного университета.

Поступило
5 V 1934.

GENETICS

ON THE NATURE OF THE ACTION OF CHEMICAL AGENTS ON MUTATIONAL PROCESS IN *DROSOPHILA MELANOGASTER*

II. THE EFFECT OF AMMONIA ON THE OCCURRENCE OF LETHAL TRANSGENATIONS

By M. LOBAŠOV and F. SMIRNOV

(Communicated by A. Sapehin, Member of the Ukrainian Academy, 5. V. 1934)

The action of chemical agents on the mutational process in animals remains up to the present time an open question. A whole series of unsuccessful or untrustworthy attempts in this direction (Mann — 1923, Müller — 1928, Matram — 1930, Sacharov — 1933, and others)* have increased the doubt in the possiblity of a positive solution of this question. Further investigation of this problem, however, is urgently necessary for the sake of determining both the nature of the mutational process and the nature of the action of chemical agents on it.

Until the present the study of the effect of chemical agents has been characterized by chaos in their selection. A large number of chemicals (arsenic, quinine, morphine, lithium carbonate, copper sulphate, magnesium chloride, Janus-Grün, iodine, etc.) have been investigated, but no attempt was made to ascertain beforehand the significance of an acid or alkaline reaction.

It has been shown by us** that the vapours of acetic acid do not have any affect on lethal transgenations. Therefore, it appeared of interest to ascertain the effect of an alkaline agent.

Ammonia seemed to us most suitable for this purpose from the point of view of both its ability to penetrate into the cell as well as the physical nature of its action (its ability to dilute colloids).

The material of the experiment was the line 'apricot' inbred for seventeen generations. The method was the same as that used previously.

Larvae 100—120 hours old raised at a temperature of 24—26° were subjected to the influence of ammonia fumes (the concentrations of the solutions are indicated in the table). Altogether, in the six experiments described by us, 5 785 larvae were treated, out of which number 263 flies developed, i. e. the mortality attained an average of 95 % with a variation between 98—78 %. It is not without interest to note, in this connexion, the unequal resistence of males and females to the influence of the fumes: thus, 185 of the surviving flies were females and 78 were males. This gives reason to believe that males in the larval stage are more susceptible to the given agent. Of the 78 surviving males 62 produced offspring.

Muller's ClB method was used for calculating the lethal mutations.

* We do not here touch on the works of Bauer, Stube, and others.

** Communication I, C. R. Acad. Sci. URSS, 1934, v. II, № 5, p. 310.

Data obtained. The results of the six experiments summarized in the table (p. 175) show an obvious effect of ammonia on the occurrence of lethal transgenations in *Dr. melanogaster*. On 1840 chromosomes from experimental males of F_2, 9 lethal and 1 semi-lethal mutations were found, which constitutes 0.54% (see the table).

It is characteristic of the action of ammonia that in all our experiments it acted without fail, giving a uniform percentage of mutations. The absence of mutations in experiments III and IV may be explained by the unsufficient number of cultures in F_2. The ten mutations did not arise all in a batch, but from ten different males. In the control cultures out of 1983 flies one lethal mutation was obtained, which is 0.05%. The low percentage of mutations in the control cultures can be explained by the low mutability of the given line.

The difference in the frequency of the occurence of lethal mutations in per cent between the experimental and control series is 0.49 ± 0.12, i. e. the difference exceeds the probable error by four times. The probable error was calculated by the formula

$$m_{\text{diff}} = \pm 0.6745 \sqrt{\frac{a+b}{n_1 \cdot n_2}}.$$

Besides registrating lethal mutations, we made crosses for the purpose of ascertaining visible mutations. A comparatively cursory examination of 13 044 males of F_1 (the descendants of experimental females) disclosed four mutations of the locus white: three from apricot to white and one from apricot to a darker member of the same series of allelomorphs.

In the control out of 17 641 males examined no visible changes were observed.

Thus, as our experiments have shown, ammonia is as yet the only chemical agent which unmistakably increases the mutational process in *Dr. melanogaster*. It may be concluded from this that, in contrast to acetic acid, which causes only non-disjunction of the chromosomes, an alkaline medium is positively favourable for the occurrence of transgenation.

Genetic Laboratory of the
Leningrad State University.

Received
5. V. 1934.

ГЕНЕТИКА

Г. ФРИЗЕН

ДАЛЬНЕЙШИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ИСКУССТВЕННОМУ ВЫЗЫВАНИЮ КРОССИНГОВЕРА У САМЦОВ *DROSOPHILA MELANOGACTER*

(*Представлено академиком В УАН А. А. Сапегиным 10 V 1934*)

Открытая нами ([1]) в 1933 г. возможность искусственного вызывания кроссинговера у самцов *Drosophila melanogaster* поставила целый ряд вопросов, часть которых может считаться разрешенными дальнейшими исследованиями, которым посвящено данное предварительное сообщение.

Методика вызывания кроссинговера у самцов дрозофилы в основном была прежней (рентгенизация куколок 2-го — 3-го дня, доза — 4000 *r*).

Вопрос о влиянии линии на кроссинговер у самцов может считаться разрешенным в том смысле, что если такое влияние вообще имеется, оно во всяком случае невелико: кроссинговер вызывается более или менее одинаково в самцах разнообразнейшего происхождения.

Кроссоверная природа открытого нами явления дополнительно доказана переводом в гомозиготное состояние кроссоверных хромосом: из 17 взятых наугад случаев по 2-й и 3-й хромосоме удалось перевести в гомозиготное состояние 15. 2 исключения объясняются очевидно независимым от кроссинговера возникновением леталей в данных хромосомах (летальных трансгенаций, нехваток в порядке взаимных транслокаций между гомологичными хромосомами и т. д.). Следует отметить, что в гомозиготное состояние удалось перевести также те случаи, в которых кроссинговер имел место не около места прикрепления нити веретена, а в субцентральных областях длинных двуплечих аутосом.

По 3-й хромосоме структуры *ru h st* p^p *ss* e^s (точка прикрепления нити веретена находится между генами *st* и p^p) вместе с прошлогодними данными на 2068 мух получено 4 случая кроссинговера между генами *h* и *st* (генетическое расстояние по самкам — 17.5 морганид), 41 случай между генами *st* и p^p (генетическое расстояние по самкам — 4 морганиды) и 6 случаев между генами p^p и *ss* (генетическое расстояние по самкам — 10.5 морганид) (все кроссинговеры ординарны). Эта картина распределения точек кроссинговера полностью соответствует кривой повышения кроссинговера по этой хромосоме у самок под воздействием X-лучей, так что окончательно подтверждается наша мысль о том, что самки и самцы дрозофилы обладают одинаковым в основном механизмом кроссинговера, но что у самцов возможность кроссинговера нормально находится под известным порогом.

Последнее обстоятельство мы объясняли осторожной гипотезой о меньшей способности хромосом к разрывам в сперматогенезе. Эту мысль, очевидно, следует оставить в связи с новыми данными, проливающими, как мне кажется, совершенно ясный свет на истинную причину нормального отсутствия кроссинговера в сперматогенезе дрозофилы.

Оказывается, что в самцах *Cy*, обладающих инверзиями в каждом плече 2-й хромосомы, кроссинговер в незатронутом инверзиями центральном участке хвомосомы вызывается с почти такой же легкостью, как в самцах без этих инверзий, в то время как у самок *Cy* кроссинговер по этому участку подавлен почти полностью. Процент кроссинговера у самцов не *Cy* таков, что если бы инверзии в самце действовали с такой же силой на кроссинговер, как у самок, то кроссинговер при примененной нами дозе Х-лучей в самцах *Cy* не должен был бы вызываться вовсе. Наши опыты, стало быть, показывают, что инверзии в самцах гораздо слабее запирают кроссинговер, чем в самках, что является прекрасной параллелью к установленному Добржанским (2) факту более слабого, чем у самок, действия тех же инверзий на нерасхождение хромосом у самцов. Инверзии в самцах приводят к меньшему „конфликту сил", чем у самок.

Мы считаем, что наши данные указывают на менее тесное, чем в овогенезе, сближение локусов хромозом в сперматогенезе, что не мешает хромосомам конъюгировать областями прикрепления нити веретена (исключительное значение этих точек для конъюгации общеизвестно). Более слабое действие аттракционных сил между локусами хромосом хотя и не позволяет совершаться кроссинговеру, но не снимает принципиальной возможности кроссинговера в сперматогенезе: применяя рентгенизацию к самцам, мы, очевидно, так же как у самок, вызываем в центральных частях длинных аутосом более тесное сближение хромосом и тем самым развязываем здесь возможность кроссинговера.

Следует отметить, что это объяснение нормального отсутствия кроссинговера в сперматогенезе дрозофилы находится в полном согласии с некоторыми новейшими цитологическими данными (3), согласно которым хромосомы в сперматогенезе у *Drosophila obscura* Fall. конъюгируют лишь областями прикрепления нити веретена.

В этих областях может быть и у самцов нормально происходит кроссинговер, как думает Дарлингтон (4), но мы его генетически не устанавливаем, ибо указанные области генетически инертны, и кроссинговер в длинных двуплечих аутосомах *Drosophila melanogaster* здесь всегда двойной.

Институт экспериментальной биологии.
Москва.

Поступило
10 V 1934.

GENETIK

WEITERE UNTERSUCHUNGEN ÜBER KÜNSTLICHE AUSLÖSUNG VON CROSSING-OVER BEI *DROSOPHILA*-MÄNNCHEN

Von H. FRIESEN

(*Vorgelegt von A. Sapehin, Mitglied der ukrainischen Akademie, d. 10. V. 1934*)

Die von uns (1) im Jahre 1933 entdeckte Möglichkeit einer künstlichen Auslösung von Crossing-over bei Männchen von *Drosophila melanogaster* förderte eine ganze Reihe von Fragen zutage, von denen einige durch in der gegenwärtigen vorläufigen Mitteilung dargelegte weitere Untersuchungen geklärt werden konnten.

Die Methodik der Auslösung von Crossing-over bei *Drosophila*-Männchen war im wesentlichen die alte (Röntgenbestrahlung von 2—3-tägigen Puppen, Dosis — 4000 r).

Die Frage nach dem Einfluss der Linie auf das Crossing-over bei Männchen kann in dem Sinne als gelöst betrachtet werden, dass solch eine Wirkung, wenn sie überhaupt vorliegt, jedenfalls nur schwach ist: das Crossing-over wird mehr oder weniger in gleicher Weise bei Männchen verschiedenster Herkunft hervorgerufen.

Die Crossing-over-Natur der von uns entdeckten Erscheinung wurde ergänzend auf Grund von Überführung der Crossing-over-Chromosomen in den homozygoten Zustand erwiesen: von 17 aufs Geratewohl herausgegriffenen Fällen nach dem II. und III. Chromosom konnten 15 in den homozygoten Zustand übergeführt werden. 2 Ausnahmefälle sind augenscheinlich durch vom Crossing-over-unabhängiges Auftreten von Letalfaktoren (letaler Genmutationen, „deficiencies" aus Anlass reziproker Translokationen zwischen homologen Chromosomen usw.) zu erklären. Hervorzuheben ist, dass in den homozygoten Zustand sich auch jene Fälle überführen liessen, in denen der Austausch nicht in der Zentralregion, sondern in den subzentralen Zonen der langen zweischenkeligen Autosomen erfolgt war.

Im dritten Chromosom der Struktur *ru h st* p^p *ss* e^s (die Anheftungsstelle der Spindelfaser befindet sich zwischen den Genen *st* und p^p) wurden zusammen mit den vorjährigen Experimenten auf 2068 Fliegen 4 Fälle von Crossing-over zwischen den Genen *h* und *st* (bei einer Entfernung von 17.5 Crossing-over-Einheiten bei Weibchen), 41 Fälle zwischen den Genen *st* und p^p (Entfernung — 4 Crossing-over-Einheiten) und 6 Fälle zwischen den Genen p^p und *ss* (Entfernung — 10.5 Crossing-over-Einheiten) erhalten (alle Fälle sind ordinär). Diese Verteilung der Austauschpunkte stimmt vollständig mit der Kurve der durch X-Strahlen bei Weibchen im selbigen Chromosom erzielten Steigerung des Crossing-over überein, so dass unser Satz, dass Weibchen und Männchen von *Drosophila melanogaster* einen im wesentlichen gleichen Crossing-over-Mechanismus besitzen, bei den Männchen die Austauschmöglichkeiten aber nur unter einer gewissen Schwelle liegen, endgültig bestätigt wird.

Die Unterdrückung des prinzipiell möglichen Crossing-over bei *Drosophila*-Männchen erklärten wir durch vorsichtige Vermutung einer geringeren Bruchfähigkeit der Chromosomen in der Spermatogenese. Dieser Gedanke muss augenscheinlich aufgegeben werden, denn es wurden neue Tatsachen entdeckt, die, wie uns scheint, eine andere Erklärung verlangen

und völlig klares Licht auf die wirklichen Ursachen des normalen Fehlens von Crossing-over in der Spermatogenese von *Drosophila* werfen.

Es hat sich erwiesen, dass in *Cy*-Männchen mit Inversionen in jedem Schenkel des II. Chromosoms das Crossing-over in dem von den Inversionen nicht ergriffenen Zentralabschnitt des Chromosoms mit fast derselben Leichtigkeit hervorgerufen wird wie in Männchen ohne diese Inversionen, während bei *Cy*-Weibchen das Crossing-over in diesem Abschnitt fast vollständig unterdrückt ist. Der Prozentsatz des Crossing-over bei Nicht-*Cy*-Männchen ist ein solcher, dass wenn die Inversionen in Männchen eine ebenso starke hemmende Wirkung auf das Crossing-over ausübten wie in Weibchen, das Crossing-over bei der von uns angewandten Dosis von X-Strahlen in *Cy*-Männchen überhaupt nicht ausgelöst werden könnte. Unsere Versuche zeigen also, dass die Inversionen in Männchen bei weitem schwächer das Crossing-over verschliessen als in Weibchen, was eine prächtige Parallele zu der von Dobzhansky (2) festgestellten schwächeren Wirkung der Inversionen auf das Nichttrennen der Chromosomen im Männchen bietet. Die Inversionen führen im Männchen zu einem schwächeren „Kräftekonflikt" als im Weibchen.

Nach unserem Dafürhalten beweisen unsere Angaben, dass es in der Spermatogenese bei *Drosophila* nicht zu einer derart engen Annäherung der Chromosomenloci kommt wie in der Ovogenese, was die Chromosomen jedoch nicht hindert, mit den Anheftungsstellen der Spindelfaser zu konjugieren (die ausschliessliche Bedeutung dieser Stellen für die Chromosomenkonjugation ist allgemein bekannt). Die schwächere Wirkung der Attraktionskräfte zwischen der Chromosomenloci verhindert zwar das Stattfinden von Crossing-over, vernichtet aber nicht die prinzipielle Möglichkeit desselben in der Spermatogenese: werden Männchen röntgenisiert, so rufen wir bei ihnen augenscheinlich in derselben Weise wie bei Weibchen eine engere Annäherung der langen Autosomen in den Zentralabschnitten hervor und lösen hier somit Crossing-over aus.

Hervorzuheben ist, dass diese Erklärung des normalen Fehlens von Crossing-over in der Spermatogenese von *Drosophila* in vollständiger Übereinstimmung mit einigen neuesten zytologischen Angaben (3) steht, laut welchen die Chromosomen in der Spermatogenese von *Drosophila obscura* Fall. nur in den Gebieten der Anheftung der Spindelfaser konjugieren.

In diesen Gebieten findet vielleicht auch bei Männchen normalerweise Crossing-over statt, wie Darlington (4) meint, aber genetisch ist dieser Austausch nicht festzustellen, da die genannten Regionen genetisch inert sind und das Crossing-over in den langen zweischenkeligen Autosomen von *Drosophila melanogaster* hier immer doppelt ist.

Institut für experimentelle Biologie.
Moskau.

Eingegangen
d. 10. V. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

1 H. Friesen. Science, vol. 78, № 2031, 1933. — H. Friesen. Biol. Zbl., Bd. 54, H. 1/2, 1934. — Г. Фризен. Биол. журн., т. 3, вып. I, 1934. H. Friesen. Biol. Journ. (russisch), Bd. 3, H. 1, 1934. 2 Th. Dobzhansky. Z. f. ind. Abstgs- u. Vererbgsl., Bd. 64, H. 3/4, 1933. 3 P. Ch. Koller and Thelma Townson. Proc. Roy. Soc. Edinb., vol. 53, pp. 13)—146, 1932—33. 4 C. D. Darlington. Journ. Genet., vol. 24, pp. 65—96, 1931.

ГЕНЕТИКА

П. А. ШВАРЦ

ГИПЕРТЕТРАПЛОИДНЫЙ ТАБАК, ПОЛУЧЕННЫЙ В РЕЗУЛЬТАТЕ МЕЖВИДОВОЙ ГИБРИДИЗАЦИИ

(*Представлено академиком Н. И. Вавиловым 27 V 1934*)

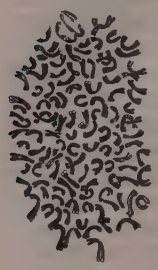
В настоящее время известно, что благодаря неправильному редукционному делению у межвидовых гибридов, при скрещивании F_1 с родительскими формами, даже в том случае, когда оба вида имеют одинаковое число хромосом, получается в потомстве на ряду с растениями, имеющими нормальный набор хромосом, также и хромосомально аберрантные формы. В большинстве случаев вариации происходят в пределах суммы соматических наборов хромосом обоих родителей (межвидовые гибриды у *Triticum*, при скрещивании 28 хромосомных форм с 42 хромосомными). Часто в потомстве встречаются формы, у которых на одну, две, три и т. д. хромосомы больше или меньше чем в соматическом наборе одного из родителей ($2n + a$, причем a меньше гаплоидного набора). При самоопылении подобных аберрантных форм, лишние хромосомы часто элиминируются, и наблюдается возврат к родительским формам. В некоторых случаях, однако, экстра-хромосомы сохраняются, давая начало новым формам, фенотипически отличным от родителей. Экспериментально подобные формы были получены Беллингом и Блексли у *Datura stramonium*. В природе на ряду с хорошо выраженными полиплоидными родами (*Chrysanthemum*, *Triticum*) имеются роды, отдельные виды которых отличаются друг от друга на одну или две пары хромосом (*Viola*, *Rumex*). Если происхождение полиплоидных рядов в настоящее время достаточно выяснено, то происхождение последней группы видов еще не совсем ясно и в связи с этим особый интерес приобретают все случаи экспериментального получения и изучения гетероплоидных форм. Настоящая работа посвящена описанию подобного случая в роде *Nicotiana*.

Материал для исследований был получен от д-ра Костова. Я пользуюсь случаем выразить д-ру Костову мою благодарность за руководство и помощь в процессе работы.

Объектом для настоящего исследования служили гибриды табака (1), полученные в результате следующей сложной гибридизации: *N. rustica* L. var. *humilis* ($n = 24$, $2n = 48$) была скрещена с *N. Tabacum* L. var. *sanguinea* ($n = 25$, $2n = 48$). Полученное F_1 было морфологически промежуточным со слабым уклонением в сторону *N. Tabacum* и ясно выраженным гетерозисом. В материнских клетках пыльцы и материнских клетках зародышевого мешка F_1 происходило неправильное редукционное деление. В первой метафазе видно было около 24 хромосом. У растений F_1, пыльца в большинстве была абортивной, но на ряду с последней встречалась и крупная пыльца. Растения F_1, были опылены пыльцой *N. Tabacum*. Они дали семена. Некоторые растения, выросшие из этих семян, имели триплоидный набор хромосом (72 хромосомы всоматических клетках). Далее *N. rustica* была опылена пыльцой этих триплоидов в результате чего были получены семена. Растения, развившиеся из этих семян были в свою очередь самоопылены и являются родительскими формами экспериментально полученной популяции №№ 208, 209, которая послужила материалом для настоящего исследования.

Весной 1932 г. семена эти были высеяны в оранжерее Лаборатории генетики Академии Наук СССР, при сравнительно одинаковых внешних условиях. Для цитологических исследований брались корешки у всех растений. Они фиксировались жидкостью *Bouin'a*. Срезы делились толщиной в 10 μ. Препараты окрашивались железным гемотоксилином Гейденгайна. Подсчет пыльцы производился на временных препаратах в ацетокармине.

Подсчет хромосом у сложных гибридов *N. rustica* × *Tabacum* показал большое разнообразие в числе у различных форм. Были получены растения, которые имели от 58—60 до 86—90 хромосом в соматических клетках. Для установления фертильности гибридов был проведен подсчет жизнеспособной пыльцы. И здесь также была обнаружена большая амплитуда колебания у различных форм. Сравнивая данные по подсчету хромосом с процентов жизнеспособной пыльцы у исследованного нами потомства сложных гибридов *N. rustica* × × *Tabacum* наблюдалось: 1) некоторая связь между числом хромосом в осмотических клетках и процентом жизнеспособной пыльцы и 2) в основном тенденция к увеличению числа хромосом и приближению этого числа к тетраплоиду, с параллельным возрастанием процента жизнеспособности пыльцы и плодовитости (около 75% потомства имели возросшее число хромосом по сравнению с родительскими формами). Однако, все еще не была получена форма, превышающая по числу хромосом сумму диплоидных наборов обоих родителей. Мы имели растения с 86—90 хромосомами — гипотетраплоиды, тогда как тетраплоид (амфидиплоид) равен 96 хромосомам. Продолжая опыт и проводя самоопыление тех гибридов, которые имели жизнеспособную пыльцу, нами были получены семена от тех растений, которые обладали большим количеством хромосом в соматических клетках (№ 208 *b*).



Полученные семена высеяны весной 1933 г. в оранжерее, часть из них оказались всхожими. Проведенное цитологическое исследование обнаружило одно растение № $\frac{208\ b}{4}$ с числом хромосом, превышающим тетраплоидное; растение это имело 114—116 хромосом в соматических клетках (см. рисунок). Морфологически растение № $\frac{208\ b}{4}$ напоминает *N. rustica*, хотя имеет и некоторые признаки *N. Tabacum*. Бросаются в глаза более толстые листья. Анатомическое их изучение показало, что слой губчатой паренхимы у них более развит, чем у родительских форм. Ткань менее организована, почти отсутствует хорошо выраженная палисадная паренхима. Итак, растение это может быть названо гипертетраплоидом или гиперамфидиплоидом.

В литературе мы имеем ряд аналогических случаев получения гетероплоидных форм: Работа д-ра Костова ([1]) где от скрещивания *N. rustica* × F_1(*N. rustica* × *N. Tabacum*) были получены формы, в потомстве которых были растения с 50, 62, 72 (3 *n*), 78 хромосомами в соматических клетках и которые представляли собой гипотриплоидный и гипертриплоидный табак. Также работа Кендалла ([2]), где в потомстве от скрещивания F_1 (*N. rustica* × *N. Tabacum*) × *N. Tabacum* имелось растение с 91 хромосомой в соматических клетках.

Наблюдая поведение хромосом в продолжение нескольких поколений в нашем случае у сложных гибридов *N. rustica* × *Tabacum N. Tabacum*

можно было видеть, что процесс накопления хромосом шел не только в сторону возврата к родительским формам, но у некоторых форм число хромосом увеличивалось от накопления к поколению. Сам факт получения гипертетраплоидного табака в нашем случае и также другие описанные в литературе случаи указывают на то, что не всегда идет возврат по числу хромосом к родительским формам в потомстве аберрантных форм межвидовых гибрилов, и, повидимому, формообразовательный процесс может итти не только в сторону полиплоидии, но также и в сторону гетероплоидии.

Институт генетики
Академии Наук.
Ленинград.

Поступило
27 V 1934.

GENETICS

HYPERTETRAPLOID TOBACCO RESULTING FROM INTERSPECIFIC HYBRIDIZATION

By P. SCHWARTZ

(*Communicated by N. Vavilov, Member of the Academy, 27. V. 1934*)

At present it is a well-known fact that, owing to irregular reduction division occurring in interspecific hybrids, there appear, even when both the F_1 and the parental forms crossed have the same number of chromosomes, forms with chromosomes deviating from the usual type together with plants containing a normal set of chromosomes. The number of chromosomes in the progeny resulting from such crosses varies considerably. For the most part these variations occur within the limits of the total sum of the somatic chromosome sets of both parents (interspecific hybrids in *Triticum*, when crossing 28 chromosome forms with 42 chromosome forms). In such a progeny there often occur forms containing one, two, three chromosomes more or fewer than in the somatic set of one of the parents ($2n \pm a$, a being smaller than the haploid set). In the self-pollination process of such aberrant forms these extra chromosomes are often eliminated, and a return to the parental forms may be then observed. In some instances, however, these extra chromosomes last, giving rise to new forms differing phenotypically from the parental ones. Such forms have been obtained by Blakeslee in *Datura stramonium*. In nature, on a line with strongly marked polyploid genera (*Chrysanthemum*, *Triticum*), there occur genera with species differing from one another in one or two pairs of chromosomes (*Viola*, *Rumex*). The origin of polyploid genera has been at present sufficiently elucidated, while that of the latter group of species is as yet uncertain. In connexion with this circumstance, every instance of heteroploid forms experimentally obtained and studied is of particular interest. The object of this work is to describe such an instance in the genus *Nicotiana*.

The material for the investigation was obtained from Dr. Kostoff, and I avail myself of the opportunity to offer him my thanks for kindly guidance and advice throughout my work.

The following tobacco hybrids (1) resulting from the composite hybridization process shown below served as material for this investigation. *N. rustica* L., v. *humilis* ($n=24, 2n=48$) was crossed with *N. Tabacum* L., v. *sanguinea* ($n=24, 2n=48$). The F_1 obtained proved morphologically intermediate, slightly deviating towards *N. Tabacum* and manifesting a marked heterosis. Abnormal reduction division took place in the pollen mother cells and embryo sac mother cells of F_1. 24 chromosomes were observed in the first metaphase. In F_1 plants the pollen was for the most part abortive, but there also occurred some large-grained pollen together with the latter. The F_1 plants were pollinated with *N. Tabacum* pollen and yielded seeds. Some plants grown from these seeds had a triploid set of chromosomes (72 chromosomes in their somatic cells). Further, *N. rustica* was pollinated with the pollen of these triploids, and seeds were obtained. The plants developed from these seeds were, in their turn, self-pollinated and represented the parental forms of the population Nos 208, 209 experimentally obtained and made use of to serve as material for this investigation. In spring 1932 these seeds were sown in the green-house of the Laboratory of Genetics of the USSR Academy of Sciences, under comparatively similar external conditions. Root tips were taken from every plant for cytological investigation. They were fixed with Bouin's liquid. The sections made were 10 microns thick. The preparations were stained with Heidenhain's ferric haematoxylin. Pollen casting was carried out on provisional preparations in aceto-carmine. Chromosome casts in *N. rustica* × × N. *Tabacum* complex hybrids showed a considerable numerical variation in different forms. There were obtained plants with from about 58—60 up to about 86—90 chromosomes in their somatic cells. Counts of the viable pollen were made. Here too a wide range of variation was discovered in different forms.

In comparing the data on chromosome numbers with the percentage of viable pollen in the progeny of *N. rustica* × *N. Tabacum* composite hybrids, there were observed: 1) a certain relation between the number of chromosomes in the somatic cells and the percentage of viable and large-grained pollen, and 2) a marked tendency in the increase of the chromosome number approaching a tetraploid condition, together with a parallel increase of fertility and of the percentage of viable pollen (about 75% of the progeny had an increased number of chromosomes in comparison with that of the parental forms). There had not, however, been obtained a form with chromosome number exceeding the total sum of both parental diploid sets, i. e. hyper amphidiploid. We had plants with 86—90 chromosomes — hypotetraploids, whereas the tetraploid (amphidiploid) contains 96 chromosomes. Going on with the experiment and carrying out the pollination of hybrids having viable pollen, we obtained seeds from plants with numerous chromosomes in their somatic cells (№ 208 b). The seeds obtained were sown in the green house in the spring of 1933. Some of them germinated and were studied cytologically. Among the plants studied one was found with a chromosome number exceeding that of a tetraploid. The plant had 114—116 chromosomes in its somatic cells (see the figure, p. 184). Morphologically this plant $\left(№ \frac{208\,b}{4}\right)$ reminded *N. rustica*, although it possessed some of the characters of *N. Tabacum*. Its thicker leaves were its outstanding

feature. An anatomic investigation of the latter proved that the layer of their spongy parenchyma was developed better than in the parental forms. The tissue appeared to be of poorer differentiation (organization), it had hardly any palisade parenchyma. Thus, this plant might be called a hypertetraploid or a hyperamphidiploid.

In the literature on the subject there have been cited a number of instances relating to the occurrence of heteroploid forms. According to Dr. Kostoff's work (1) on the cross of *N. rustica* × F_1 (*N. rustica* × *N. Tabacum*), forms have been obtained with a progeny containing 50, 62, 72 (3*n*), 78 chromosomes in their somatic cells and representing hypotriploid and hypertriploid tobaccoes. In Kendall's work (2) too a plant is mentioned containing 91 chromosomes in its somatic cells and originating from the progeny of a cross of F_1 (*N. rustica* × *N. Tabacum*) with *N. Tabacum*.

Observing in our instance the behaviour of the chromosomes of N. *rusticum* × N. *Tabacum* composite hybrids in the course of several generations, we were able to see that the chromosomes accumulate progressively, besides returning to the parental forms with 48 chromosomes. Forms were found in which the chromosome number increases from generation to generation. The very fact of obtaining a hypertetraploid tobacco, as well as other instances mentioned in literature, indicate that a return of the progeny of aberrant forms of interspecific hybrids to the forms of their parents did not always take place, and that form-building might apparently proceed both towards polyploid and heteroploid forms.

Genetics Institute
of the Academy of Sciences.

Received
27. V. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

1 D. Kostoff. Genetica, 12, 33—139, 1930. 2 Kendall. Amer. Journ. of Bot., 18, 114—115, 1931.

Х. П. МИРИМАНЯН

ВЕЧНАЯ МЕРЗЛОТА В ССР АРМЕНИИ

(*Представлено академиком А. А. Борисяком 31 V 1934*)

В ССР Армении в пределах Агмаганского вулканического массива на высоте около 3000 м над уровнем моря в 1929 г. на небольшой глубине нами обнаружена вечная мерзлота.

Последующие ежегодные наши наблюдения, продолжавшиеся до 1933 г., дали некоторый материал для характеристики природы этой мерзлоты, который в кратком виде здесь и приводится.

Агмаганский хребет расположен в той части ССР Армении, которая является областью водораздела, отделяющей бассейн озера Севан от реки Занги, и в меридиональном направлении тянется с юга на север.

Платообразное возвышение Агмаганского массива, с высотой от 2500—2800 м над уровнем моря, служит основанием, на котором располагается ряд вулканических вершин, абсолютная высота которых достигает 3575 м.

Геологическое строение Агмаганского хребта обусловливается вулканической деятельностью, которая проявляется „как в форме массовых трещинных излияний, заливших большую часть пространства покровом серых и черных андезито-базальтовых лав, так и в форме извержений из конусов центрального типа, давших цепь насыпных и шлаковых вулканов“(1).

Почти все вулканические вершины сложены из „пористых шлаков и россыпей пористых пемзовидных кусков“(1).

Орографическое строение Агмаганского плато обусловливает своеобразный характер его климатических условий: длительная зима, позднее наступление весны и долго сохраняющийся обильный снеговой покров говорит за то, что климат здесь довольно суровый.

Обширные лавовые поля здесь покрываются как субальпийской, так и альпийской растительностью, причем последняя занимает самые верхние зоны.

Субальпийская растительность отличается „весьма сильно развитым дернистым злаковым покровом“(2), который выше, в области альпийской флоры постепенно приобретает характер плотной дернины.

Под покровом такой растительности, в условиях холодного климата, на рыхлых продуктах выветривания андезитобазальтовой лавы на Агмаганском плато формируются темно-коричневые горно-луговые почвы, которые в области верхней альпийской зоны переходят в коричневые дерново-луговые почвы. Последние на северных склонах вулканических вершин, приобретают резко выраженный торфянистый характер.

Северные склоны вулканической вершины Карадаг, где мы и вели наблюдения над мерзлотой, покрыты дерново-торфянистыми сильно хрящеватыми почвами, на поверхности которых наблюдается значительное количество кочковатых отдельностей, сложенных, главным образом, из *Festuca varia* Н. Кроме того на склонах, имеющих местами заметную крутизну, имеют место частичные провалы, в результате чего образуются ступенчатые площадки. В составе довольно густого растительного покрова здесь помимо *Festuca varia* Н. в большом количестве принимают

участие *Vaccinum uliginosum* L. и *Empetrum nigrum* L., которые являются реликтами ледникового периода. Кроме того мы здесь встречаем некоторых представителей мхов, как например *Plagiochila aspleniodes*, *Polytrichum juviperinum* Willd., *Fissidens* и т. д. (определены А. Араратяном). Из Альпийских представителей нужно указать *Campanula fridentata*, *Alchimilla caucasica*, *Cirastium ararat*, *Aster alpinus*, *Bromus inermis*, различные *Draba* и т. д.

Разрез, заложенный нами 2 июня 1930 г., под таким растительным покровом обнаружил мерзлоту на глубине 81 см, 3 июля 1932 г.—84 см, 2 августа 1929 г.—90 см, а 1 сентября 1933 г.—98 см.

Эти наблюдения показывают, что понижение горизонта мерзлоты в начале лета происходит довольно медленно, а затем начинает постепенно усиливаться.

Разрез № 23 (высота около 3000 м), заложенный 3 июля 1932 г., дает следующую картину:

Глубина горизон. в см	Характеристика горизонта	Общее количество гумуса	Механические фракции в %			
			10—1 мм	1—0.05 мм	0.05—0.01 мм	0.01—< мм
0—17	Темнобурый, сильно торфянистый	17.00	38.50	17.38	13.53	30.59
17—40	Бурый, рыхлый	5.90	44.10	15.55	10.07	30.28
40—55	Светлобурый, рассыпчатый .	1.50	52.80	13.10	9.44	24.66
55—72	Темносерый вулканический материал, рассыпчатый . .	—	62 50	22 60	6.28	8.62
72—84	Черноватый вулканический материал, рассыпчатый . .	—	83.00	15.04	0.64	1.32
84—>	Мерзлота	—	78.00	21.34	0.28	0.38

Общее строение профиля вместе с характером распределения гумуса и глинистых частиц не оставляет сомнения в том, что горизонт залегания мерзлоты поднимается гораздо выше, чем это наблюдалось в начале июня (1930 г.) и наблюдается в данном разрезе. Из приведенной таблицы мы видим, что громадное количество гумуса с глубиною настолько резко падает что на глубине 40 см. из 17% остается лишь 1.5%, а ниже оно исчезает совершенно. Тоже самое наблюдается в отношении тонких фракций, которые также распределяются главным образом в первых горизонтах. Это обстоятельство объясняется тем, что поверхность мерзлоты как непроницаемая перегородка препятствует проникновению вглубь продуктов почвообразовательного процесса.

Исследования горной тайги Амурской области (3) и других районов азиатской части Союза показывают, что в грубых продуктах изверженных пород мерзлота не сохраняется. Здесь же, как видно из приведенной таблицы, мерзлоту мы имеем как раз в толще грубого вулканического материала, что можно объясноть наличием мощного торфянистого слоя служащего хорошим изолятором.

Разрезы, заложенные несколько ниже по склону, показывают, что глубина залегания мерзлоты несколько увеличивается, а с повышением местности происходит обратное.

Траншея, проложенная между такими разрезами, показывает, что поверхность самой мерзлоты не ровная, не гладкая, а на ней наблюдается наличие как впадин, так и мелких бугорков. Присматриваясь к этому не трудно убедиться, что наличие впадин в вечно-мерзлом грунте приурочено к тем разрывам сплошного дерново-торфянистого покрова, где на месте разрыва обнажается хрящеватая почва, что способствует сравнительно более глубокому оттаиванию мерзлоты.

Наблюдаемые же ледяные бугорки приурочены к тем участкам, которые покрыты плотными фестуковыми кочками.

Масса самой мерзлоты представляет из себя вулканический рухляк, все промежутки и поры которого забиты и „цементированы“ льдом. Она копается с большим трудом и выламывается отдельными неправильно граненными блестящими ледяными кусками, которые в руках скоро растаивают и обращаются в рухляк.

По направлению в глубь разреза наблюдается быстрое падение температуры так, что на глубине 40—50 см мерзлота уже дает о себе знать.

Обращает на себя внимание обильная увлажненность всего профиля, в особенности в нижней его части, что находится в связи с конденсирующей способностью поверхности мерзлоты.

Некоторые данные микробиологического анализа (произведенного Напасаном) показывают, что максимальное количество микроорганизмов, наблюдаемое под верхним торфянистым горизонтом достигает 92 миллионов на 1 г почвы, которое с глубиною резко падает, так что у поверхности самой мерзлоты оно не превосходит 8 миллионов.

Среди микроорганизмов верхних горизонтов в заметном количестве наблюдаются *Radiobacteres*, а также *Actinomycetes* и плесневые грибки. Обращаясь к деятельности этой микрофлоры нужно отметить, что микробиологические процессы происходят особенно интенсивно в верхнем торфянистом горизонте и по направлению к поверхности мерзлоты они быстро падают.

В заключение необходимо указать, что наличие на небольшой глубине вечной мерзлоты, способной конденсировать водяные пары, благоприятно отражается на характере растительного покрова этой местности, занятой высокогорными лугами.

Лаборатория почвоведения
Эриванского сельскохозяйственного
института.

Поступило
4 V 1934.

ETERNAL CONGELATION IN THE SSR OF ARMENIA

By K. MIRIMANIAN

(*Communicated by A. Borissiak, Member of the Academy, 31. V. 1934*)

In the SSR of Armenia, in the region of the Akhmagan volcanic massif, at a height of about 3000 m above sea level, at a small depth, in the year 1929 we discovered eternally congealed layers. The subsequent annual observations conducted up to 1933 gave us some material characterizing the nature of this congelation. This material is given below.

The Akhmagan mountain range is situated in that part of the SSR of Armenia which is the watershed region separating the basin of the lake Sevan from the river Zanga and which stretches meridionally from south to north. The plateau-like elevation of Akhmagan massif is 2500—2800 m above sea-level and forms the foundation for a range of volcanic summits whose absolute height reaches 3575 m.

The geological structure of the Akhmagan range is characterized by the volcanic activity which manifests itself 'in the form of numerous fissure effusions that overflowed the greater part of the space with a cover of black and grey andesite-basaltic lavas and in the form of eruptions from the central cone that form a range of volcanoes' (1). Almost all the volcanic summits are formed of 'porous slags and scatterings of porous pumice-stone fragments'.

The orographic structure of the Akhmagan plateau accounts for the peculiarities of its climatic conditions. Long winter, late spring, and abundant snow cover that remains for a long time, show that the climate is very severe. The vast lava fields are covered here with subalpine and alpine vegetation, the latter occupying the highest zones.

Subalpine vegetation 'is characterized by strongly developed sod-grassy cover' (2), which higher up, in the region of alpine flora, acquires gradually the character of sod.

Under the cover of such vegetation in conditions of cold climate dark brown mountain-meadow soils form upon the products of andesite-basaltic lava on the Akhmagan plateau. In the region of high alpine zone they change into brown sod-meadow soils. On the northern slopes of volcanic summits these soils acquire well-marked peaty character.

The northern slopes of the volcanic summits of Karadag, where we made our observations on congelation, are covered with sod-peaty gravelly soils upon which here and there a considerable number of hillocks is to be seen, composed chiefly of *Festuca varia* H. Moreover, on these slopes, visibly steep in places, there are gaps that form step-like platforms. *Vaccinum uliginosum* L. and *Empetrum nigrum* L., which are the remains of the glacial period, are found in abundance among the rather thick vegetable cover besides *Festuca varia* H. Besides, we meet here some kinds of mosses, for example *Plagiochila aspleniodes*, *Polytrichum-juniperinum* Willd., *Fissidens*, etc. (identified by A. Araratian). Of alpine plants, *Campanula fridentata*, *Alchimilla caucasica*, *Cerastium ararat*, *Aster Alpinus*, *Bromus inermis*, different Draba, etc., should be noted. A soil profile made on the 2nd of June, 1930, revealed the congelation at a depth of 81 cm, on the 3rd of July,

1932,— 84 cm, on the 2nd of August, 1929,— 90 cm, on the 1st of September, 1933, — 98 cm.

These observations show that the lowering of the congelation horizon in the beginning of spring takes place very slowly, but later on gradually increases. Profile № 23 (at a height of about 3000 m), made on the 3rd of July, 1932, gave the following results:

Depth of horizon	Character of horizon	Amount of humus	Mechanical fractions in %			
			10—1 mm	1—0.05 mm	0.05—0.01 mm	0.01— < mm
0—17	Dark-brown, strongly peaty . .	17.00	38.50	17.38	13.53	30.59
17—40	Brown, mellow	5.90	44.10	15.55	10.07	30.28
40—55	Light brown, friable	1.50	52.80	13.10	9.44	24.66
55—72	Dark-grey friable volcanic material	—	62.50	22.60	6.28	8.62
72—84	Blackish friable volcanic material	—	83.00	15.04	0.64	1.32
84— >	Congelation	—	78 00	21.34	0.28	0.38

The general structure of the profile and tne character of the distribution of humus and fine fractions do not leave any doubt that the congealed horizon reaches much higher than it was observed in June 1930.

From the above given table we see that the great amount of humus in these soils decreases with the depth so abruptly that at a depth of 40 cm only 1.5% remains of 17% and lower it disappears altogether. The same is observed with regard to fine fractions. This is explained by the fact that the congealed surface serves as an impervious partition and prevents the penetration of soil products into the deeper layers.

Investigations in the mountains of Amur district of the Asiatic part of the USSR ([3]) and other regions show that in coarse products of erupted rocks congelation is not conserved. But here, as is seen from the above table, congelation is present in a layer of coarse erupted material. This can be explained by the presence of a thick peaty layer serving as an insulator.

Profiles made somewhat lower on the slope show that the depth of congealed layer somewhat increases, while the opposite is observed when one ascends the slope. A trench dug between such profiles shows that the surface of the congealed layer is uneven; many hillocks and cavities are to be observed upon it. Investigations show us that the formation of cavities on the surface of congealed ground coincides with the formation of fractures on the surface of the sod-peaty cover. As a result of such a fracture the soil in this place is laid bare, and this leads to a deeper melting of the congealed soil.

The observed ice hillocks coincide with the part of the sod-peaty surface covered with hillocks of *Festuca*.

The congealed mass is a volcanic matter whose pores and interstices are filled and cemented with ice. It is dug with great difficulty and breaks into irregular bright icy fragments melting easily in the hands.

In the direction of the depth of the profile a rapid fall of temperature is to be observed, so that at a depth of 40—50 cm the congelation is strongly felt. Attention is called to the abundant moistening of the entire profile, mostly in its lowest part, which fact is connected with the condensing capacity of the congealed surface.

The data of a microbiological analysis show that the highest number of microorganisms found under the upper peaty horizon reaches 92 million per 1 gm of soil, which number sharply decreases downwards, so that near the surface of the congealed layer it does not exceed 8 million.

Among the microorganisms of the upper horizons a great number of *Radiobacter* as well as *Actinomycetes* and mould fungi is to be observed. Turning to the activity of this microflora, it must be noted that microbiological processes take place chiefly in the upper peaty horizon and rapidly decrease downwards.

In conclusion it is necessary to point out that the presence of eternal congelation at a small depth contributes to the condensation of water vapour from the atmosphere and thus has a favourable influence on the vegetation of this region covered with high mountain meadows.

Laboratory of Soils
of the Erivan Institute of Agriculture.

Received
4. V. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES.

[1] Б. М. Куцлетский. Сборник оз. Севан, издание Академии Наук, Ленинград, 1929. B. Kupletskij. The Basin of Lake Sevan, Academy of Sciences, Leningrad, 1929. [2] А. А. Гроссгейм. Краткий очерк растительности ССР Армении. Тифлис—Эривань, 1928. A. Grossheim. A Brief Account of the Vegetation of the SSR. of Armenia. Tiflis — Erivan, 1928. [3] З. Б. Полынов. Тр. Эксп. по изуч. Азиатской России, СПб., 1911. B. Polynov. Publication of the Expedition for the Investigation of the Asiatic Russia, St Petersburg, 1911.

ГЕОЛОГИЯ

А. Г. ЭБЕРЗИН

К ВОПРОСУ О ВОЗРАСТЕ КОНГЛОМЕРАТОВ МЫСА ПИЦУНДЫ (АБХАЗИЯ)

(*Представлено академиком А. А. Борисяком 14 VI 1934*)

Под названием „конгломераты Пицунды" Карком и Бутовым были выделены верхнетретичные образования, развитые на Черноморском побережьи Абхазии между реками Бзыбью и Черной [(1) стр. 56].

Отметив широкую распространенность конгломератов на этом пространстве и переход по простиранию на восток в глины, авторы указывают присутствие в них понтических (*Cardium Abichi* R. Hörn., *Congeria subcarinata* Desh.) и киммерийских (*Cardium alatoplanum* Andrus., *C. Gurievi* и др.) видов моллюсков, но не считают возможным подразделить их на два горизонта [(1) стр. 57]. Возраст всей толщи конгломератов авторы считают плиоценовым [(1) стр. 56].

Почти одновременные исследования Л. К. Конюшевского приводят его к выводу, что конгломераты Пицунды принадлежат к понтическому ярусу, хотя в приводимых списках фауны им даются опять таки и понтические (*Cardium Abichi* R. Hörn.) и киммерийские (*Dreissensia iniquivalvis* Desh.) виды [(2) стр. 123].

Совместное нахождение руководящих форм двух различных ярусов, указанное всеми этими исследователями, находилось в противоречии с данными о вертикальном распространении упомянутых видов и о стратиграфическом соотношении понта и киммерия. Это противоречие оставалось неразрешенным до последнего времени и вносило неясность в стратиграфию плиоцена Эвксинского бассейна.

При геологических исследованиях, производившихся мною в 1933 г. от Нефтяного геолого-разведочного института в Гудаутском районе АССР Абхазии мною были получены некоторые данные, позволяющие устранить эту неясность.

Оставляя за собой право высказаться по вопросу о возрасте и происхождении конгломератов Пицунды более подробно в другом месте, я ограничиваюсь здесь приведением лишь самых общих сведений.

Пространство занятое „конгломератами Пицунды" ограничено с запада и востока реками Бзыбью и Черной, с юга — Черным морем и севера — шоссе Гагры — Гудауты. Очертание этой площади имеет вид неправильной трапеции, обращенной широким основанием к морю.

Литологически описываемая свита представлена почти сплошь слоистыми конгломератами из галек разной величины, различных осадочных и изверженных пород в песчано-известковистом цементе не одинаковой плотности. Последнее обусловливает образование карнизов и выступов. Ближе к р. Черной появляются прослои глин и переход в глинистую толщу по простиранию. Изрезанность рельефа и береговые обрывы позволяют подметить следующие особенности. Продвигаясь от р. Черной по берегу моря на запад видно, что в районе усадьбы Бэлла понтические глины с крупными *Paradacna Abichi* R. Hörn. и *Valenciennesia* падают на юго-запад под углом 10—15°. Выше их, залегают чередующиеся слои глин и конгломератов (с многочисленными известковистыми гальками) с киммерийской фауной: *Didacna crassatellata* Desh., *D. Gurievi* Desh., *D. multico-*

stata Rouss., *Phyllicardium alatoplanum* Andrus., *Paradacna Stratonis* Andrus., *Limnocardium squamulosum* Desh. и др., с тем же падением на юго-запад. Интересно отметить присутствие в нижних слоях *Congeria* и *Dreissensia* дуабского типа и *Limnocardium moquicum* Sen.

Таким образом здесь имеется обычное нормальное соотношение — киммерийские отложения залегают выше понтических.

Еще дальше к западу, у р. Амбры, киммерийские конгломераты с подчиненными прослоями глин, также содержащие обычную фауну, имеют обратное падение на юго-восток, и из под них выходят конгломераты с редкими прослоями глин уже с типичными понтическими формами. Понтические слои падают в ту же сторону Этим самым отчетливо очерчивается синклинальное залегание киммерийских отложений, ограниченных по бокам понтическими. Маршрут в этом месте к северу показал, что киммерийская синклиналь быстро в этом направлении замыкается и занимает пространство около $1^1/_2$ км^2.

Дальнейшее изучение береговых обнажений доказывает, что понтические конгломераты имеют громадную мощность, более 1000 м и в районе урочища Рьябш подстилаются таковыми же мэотическими с *Congeria novorossica* Andrus. (non Sinz.), *C. navicula* Andrus., *C. panticapaea* Andrus. На всем этом пространстве свита понтических слоев падает на юго-восток под углом в среднем около 20°. Отсутствие каких-либо нарушений, при однообразном падении и хорошей обнаженности, отчетливо устанавливает их необычайную мощность.

Выходящие из под них мэотические конгломераты имеют такое же однообразное падение на юго-восток на значительном протяжении вплоть до мыса Пицунды и достигают также громадной около 1000 м мощности. В районе сел. Лдзаава они образуют пологий антиклинальный перегиб, падение меняется на юго-западное, и ближе к Бзыби, у р. Аквары, выше их опять появляются понтические отложения с фауной: *Dreissensia* cf. *simplex* Barb., *Prosodacna* ex. gr. *littoralis* Eichw., *Limnocardium* sp., *Pisidium* sp.

Отсюда понтические слои доходят до самой р. Бзыби, причем в более верхних горизонтах встречаются *Dreissensia* cf. *anisoconcha* Andrus. и *Didacna* sp. sp. типа верхнепонтических.

Двигаясь вверх по Бзыби, на левом берегу ее у сел. Цыджиква в понте отмечается синклинальный прогиб с небольшим останцом киммерийских (по данным С. И. Ильина) пород.

Поперечные маршруты, сделанные мною от моря к шоссе, показали, что вдоль северной периферии, занятой конгломератами площади, они падают в общем моноклинально в сторону моря. Находки фауны (*Mactra caspia* Eichw.) устанавливают ниже мэотических конгломератов присутствие верхнесарматских, которые в свою очередь подстилаются конгломератами среднего сармата. В последних при прослеживании на восток были обнаружены прослои глин со среднесарматской фауной (*Cryptomactra pes-anseris* Andrus.).

На основании всех вышеприведенных данных с очевидностью можно утверждать, что: 1) конгломераты Пицунды не являются образованием какого-либо одного возраста и только плиоценовыми, а объемлют комплекс пород различных отделов плиоцена и миоцена, причем разные стратиграфические горизонты: средний сармат, верхний сармат, мэотис, понт и киммерий выражены в одинаковых конгломератовых фациях. 2) Конгломераты собраны в пологие складки и образуют вдоль берега моря между реками Черной и Амброй синклинальный прогиб, а у сел.

Лдзаава антиклинальную складку, сложенную в ядре мэотисом. 3) Понтические киммерийские отложения находятся в нормальном залегании. Фауна их не имеет смешанного характера и потому легко позволяет отделять эти горизонты друг от друга. Соединение их произошло, повидимому, от недооценки, хотя и слабой, тектоники и беглости наблюдений предшествующих исследователей.

Нефтяной геолого-разведочный институт. Ленинград.

Поступило 14 VI 1934.

GEOLOGIE

ÜBER DAS ALTER DER KONGLOMERATE VON KAP PITZUNDA (KAUKASUS)

Von A. EBERZIN

(*Vorgelegt von A. Borissiak, Mitglied der Akademie, d. 14. VI. 1934*)

ZUSAMMENFASSUNG

Unter der Benennung „Pitzunda-Konglomerate“ waren seit einigen Jahrzehnten die an der Küste des Schwarzen Meeres zwischen Kap Pitzunda und dem Flusse Tschernaja entwickelten ober-tertiären Ablagerungen bekannt.

Seinerzeit wurden daselbst auch schon kimmerische und pontische Mollusken-Arten vorgefunden, indes wurde dabei keine Aussonderung der betreffenden Stufen vorgenommen.

Auf Grund seiner Untersuchungen vom Jahre 1933 stellt Verfasser fest, dass die Konglomerate von Pitzunda ihrem Alter nach eine Reihe von Stufen und Horizonten des Miozäns (Mittleres Sarmaticum, Oberes Sarmaticum, Maeotische Stufe) und des Pliozäns (Pontische und Kimmerische Stufen) umfassen, welche in gleichen, nur durch die in ihnen eingeschlossene Fauna voneinander zu unterscheidenden, groben Küstenfazies dargestellt sind.

Alle diese Ablagerungen sind disloziert und in flache Falten gesammelt.

Erdöl-Schürfungsinstitut. Leningrad.

Eingegangen d. 14. VI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] Карк и Бутов. Изв. Геол. ком., т. XXXI, № I, стр. 52—59, СПб., 1912. [2] Л. К. Конюшевский. Материалы для геологии Кавказа, серия IV, кн. 1, стр. 1—135, Тифлис, 1915.

ЗООЛОГИЯ

А. Н. ФОРМОЗОВ

К ВОПРОСУ О МЕЖДУВИДОВОЙ КОНКУРЕНЦИИ

ВЗАИМООТНОШЕНИЯ БЕЛКИ (*SCIURUS VULGARIS* L.), КЛЕСТОВ (*LOXIA CURVIROSTRA* L.) И БОЛЬШОГО ПЕСТРОГО ДЯТЛА (*DRYOBATES MAJOR* L.)

(*Представлено академиком С. А. Зерновым 4 VI 1934*)

Вопросы конкуренции и междувидовой борьбы за существование имеют большое значение для понимания процессов естественного отбора и эволюции. Между тем, работ в этой области сделано очень мало. Поэтому нижепроводимые наблюдения, касающиеся части взаимоотношений трех обычнейших животных северного леса, представляют, мне думается, некоторый общий интерес. Наблюдения сделаны в окрестностях Москвы и, главным образом, в Шарьинском районе Горьковского края за время работ по экологии белки (*Sciurus vulgaris* L.).

Семена ели являются излюбленным кормом этого грызуна всюду в полосе лесов северной половины Европейской части Союза. По сравнению с семенами сосны, они несколько крупнее, значительно богаче белком [сосна 5.95%, ель — 18.67% белков (1)] и достаточно маслянисты. Вместе с тем шишки ели отличаются более слабыми чешуями, чем у сосны, что облегчает белке добывание семян. Семенные годы ели бывают хотя и реже чем у сосны, но зато значительно превосходят последние по массе семян приходящихся на единицу лесной площади. Так, высокий для сосны урожай по Нестерову достигает под Москвой 15 кг на 1 га, тогда как для хуже изученной ели известны урожаи до 42.6 кг на 1 га (1928 г. под Ленинградом, Стратонович и Забаровский). В Обозерской даче (под Архангельском) урожай ели в хороший год достигает 7 кг, а сосны здесь же — около 0.5 кг, на один гектар (2).

Большая густота ветвей ели и сомкнутость насаждений, состоящих из этой породы, делают ельники особенно привлекательными для белки. Исключительное значение ели в экологии *Sciurus vulgaris* L. очевидно уже и потому, что на европейском севере резкое увеличение численности белки обычно следует за годом обильного урожая ели, а заметные миграции зверька совпадают, наоборот, с годами полного неурожая на этой породе. Помимо белки большое количество животных использует семена ели как излюбленный корм. В апреле 1931 г. под Москвой я нашел однажды довольно наглядное свидетельство этого. Еловая шишка, сорванная на вершине клестом-еловиком и, видимо, не до конца им использованная, была брошена и упала в снег у комля дерева. Белка нашла эту шишку, изгрызла ее и съела оставшиеся семена, что легко было установить по следам зверька на свежем снегу и оставшимся крылышкам семян. Тут же были следы гаечки (*P. atricapillus borealis* Selys.), пытавшейся найти что-либо неиспользованное белкой, а из под снега у шишки открывался ход рыжей полевки (*Evotomys glareolus* Schreb.), проложившей его также в поисках семян, но опоздавшей. (Поедание семян ели этими видами неоднократно констатировано было ранее и мною и рядом других наблюдателей.)

Из числа конкурентов белки в отношении использования елового урожая особое внимание привлекает клест-еловик (*Loxia curvirostra* L.), недаром получивший свое имя, и большой пестрый дятел. Первый боль-

шими стаями кочует в течение всего лета и к осени скопляется там, где удается найти обильный еловый урожай. Здесь стайки остаются на зимовку и в конце ее приступают к гнездованию. Подвижность гнездовых колоний клестов общеизвестна и давно установлена. К еловику иногда присоединяются два другие вида: *Loxia pytyopsittacus* Borkh. и *L. leucoptera bifusciata* (Brehm.). Клесты быстрее, чем белки, находят урожайные районы и приступают к использованию богатого запаса корма задолго до того, как мигрирующий по разным направлениям грызун сумеет собраться в этих местах, хорошо обеспечивающих его на зиму. Охотники севера давно уже подметили эту связь между появлением клестов и прикочевкой белки, они считают первых „проводниками" белки.

Там, где клесты расположились на кормежку, каждые 5—10 секунд падают на землю шишки ели и вскоре десятки их лежат под деревом. Клесты часто перелетают с ели на ель и таким образом значительная часть урожая шишек вскоре оказывается сброшенной на землю. Хотя клест имеет своеобразное строение клюва, отлично приспособленное к раскрыванию чешуй ели, при использовании шишки он ограничивается обычно тем, что вынимает лишь половину или третью часть семян последней. Таким образом, шишки сбросанные вниз, содержат в себе множество семян, которыми нередко пользуются белки. Осенью 1933 г. из 20 шишек, собранных под деревом, на котором кормились еловики (7 X 1933 г., дер. Киселево, Шарьинского района), я извлек 1521 штук полных семян (или в среднем 76 семян на 1 шишку). Под этим деревом трудилась над клестовой шишкой молодая белка.

Известно, что шишки ели, созревающие к осени, висят с семенами всю следующую зиму и начинают раскрываться (от высыхания) весной, теряя большую часть семян уже к апрелю—июлю. Таким образом, белка, в случае елового урожая, может быть обеспечена кормом приблизительно с середины августа (начало питания молодой шишкой) до апреля—мая следующего года. С этого момента далеко разлетающиеся крылатые семена (до 80 м от дерева) теряются во мху, склевываются на земле птицами, собираются мелкими грызунами, а отыскивание оставшихся не может уже достаточно обеспечить белку кормом. Шишки, сброшенные на землю клестами, находясь в условиях влажной среды, плотно закрывают чешуйки и хранят семена значительно более года. Для лесных полевок они почти недоступны, так как шишка плохо поддается грызению этих мелких зверьков. Огромное количество шишек, сбрасываемые на землю клестами оказывается тем кормовым фондом для белки, который пропадал бы для нее, не будь деятельности указанных мелких птиц. Белка в итоге получает возможность использовать большой еловый урожай не только на протяжении первой зимы, но также всего следующего лета, осени и второй зимы. Для плодоношения ели, как и многих других древесных пород, характерно наступление полного неурожая на следующий год за обильным урожаем. Такие неурожаи, как и предшедствующие им семенные годы разом охватывают огромные территории. В этих условиях деятельность клестов приходится считать исключительно важной для жизни целых популяций белки. Мнимый конкурент — клест, при ближайшем рассмотрении оказывается весьма полезным для своего антогониста белки. Подмеченная охотниками связь появления клеста, набега и увеличения численности белки имеет под собой гораздо более глубокие корни, чем можно было думать.

Деятельность большого пестрого дятла носит иной характер. С осени и до весны он охотно кормится семенами хвойных и явно предпочитает

при этом шишки сосны. В годы неурожая последних, если есть ель, он использует и еловые шишки. Подсчет семян из 20 еловых шишек, собранных 15 X 1933 г. под кузницей дятла (углубление в стволе дерева, где шишки зажимаются птицей при раздалбливании) дало 133 штук или 6.6 семян в среднем на 1 шишку. Дятел оставляет в шишке в 11 раз меньше семян, чем клест, т. е. использует их почти полностью. Он не создает для белки кормового фонда и в отношении корма является действительным ее конкурентом.

Лаборатория зоологии
Московского государственного
университета.

Поступило
21 V 1934.

ZOOLOGY

ON COMPETITION BETWEEN SPECIES

MUTUAL RELATIONS BETWEEN THE SQUIRREL (*SCIURUS VULGARIS* L.), THE CROSSBILL (*LOXIA CURVIROSTRA* L.), AND THE GREAT SPOTTED WOODPECKER (*DRYOBATES MAJOR* L.)

By A. FORMOZOV

(*Communicated by S. Zernov, Member of the Academy, 4. VI. 1934*)

The questions of competition and the struggle for existence between species are very important for understanding the processes of natural selection and evolution. However, but little work has been done in this domain. Therefore, the following observations on certain mutual relations between three of the usual inhabitants of the northern forest, may be, it seems to us, of general interest. The observations were made in the environs of Moscow, chiefly in the Sharyinsk district of the Gorki region, during field work on the oecology of the squirrel (*Sciurus vulgaris* L.).

The seeds of the fir constitute the favourite food of this rodent everywhere in the forest zone of the northern half of the European part of the USSR. Compared to the seeds of the pine they are somewhat larger and much richer in albumen [pine 5.95%, fir 18.67% of albumen (1)] and sufficiently oily. Also, the scales of the fir cones are not as hard as those of the pine, and it is easier for the squirrel to get the seeds. The years of good seed-crops, although less frequent than those of the pine are, on the other hand, much more plentiful, as regards the mass of seeds per unit of forest surface. Thus, according to Nesterov, a large pine crop near Moscow attains 15 kg per hectare whilst for the fir, which has not been studied so well, crops have been known of as much as 42.6 kg per hectare (1928, near Leningrad, Stratonovič and Zaborovskij). In the Obozersk forest (near Archangel) the seed crop of the fir in a good year attains 7 kg, and that of the pine, in the same locality, about 0.5 kg per hectare (2).

The greater density of the fir branches and the density of the thickets of this species, make fir forests particularly attractive to the squirrel. The exceptional importance of the fir in the oecology of *Sciurus vilgaris* L. is seen from the fact that in the north of Europe a sharp increase of the numbers of the squirrel usually succeeds the year of an abundant crop of fir seeds, whilst the noticeable migrations of this little animal coincide, on

the contrary, with years of total lack of seed crop in these species. Besides the squirrel, the seeds of the fir are the favourite food of a great many animals. Once, in April 1931, I came near Moscow upon a rather striking proof of it. A fir cone broken off the top of a tree by a fir cross bill and apparently not picked entirely was thrown down and fell upon the snow near the butt of the tree. The squirrel found this fir cone, gnawed it to pieces, and devoured the remaining seeds, as could easily be established by the footmarks of the animal on the fresh snow as well as by the remaining wings of the seeds. Footprints of the tit (*P. atricapillus borealis* Selys.), which tried to pick up something not utilized by the squirrel, were found here also, whilst in the snow near the fallen cone was an opening of the passage of the red-backed mice (*Evotomys glareolus* Schreb.), made by this rodent in searching for seeds, but arriving on the spot too late. (The picking of the seeds by these species has been many times seen before, by myself and by a number of other observers.)

Among the competitors of the squirrel for the fir seeds the fir tree crossbill (*Loxia curvirostra* L.), which well deserves its name, is worthy of special notice and also the great spotted woodpecker. The former, wanders throughout the summer in large flocks and towards autumn congregates where it has found an abundant crop of fir seeds. Here the flocks remain for winter; and when it ends they set about nesting. The mobility of the crossbill's nesting colonies is well known and was mentioned long ago. Sometimes two other species [*Loxia pytyopsittacus* Borkh. and *L. leucoptera bifusciata* (Brehm)] join the fir-tree crossbill. These birds are quicker than squirrels in discovering the regions with abundant crops and begin to use up the rich foog reserves lond before the rodents wandering about in different directions manage to assemble in these localities which ensure them food for the winter. The northern trappers have long since remarked this connexion between the appearance of the crossbills and the wandering over of the squirrel. They regard these birds as the 'guides' of the squirrel.

In the places where crossbills have settled for feeding, fir cones fall to the ground every 5—10 seconds, and soon scores of them are lying under the tree. The birds often fly from tree to tree, and in this manner a considerable part of the fir-cone crop soon falls to the ground. Although the crossbill possesses a peculiarly formed bill, admirably adapted for opening the scales of the fir cone, this bird, in picking the seeds out of the cone, usually takes only half or a third of them. Thus the cones thrown down contain a multitude of seeds, which the squirrels often utilize. In the autumn of 1933, out of 20 cones collected under a tree on which crossbills were feeding (7. X. 1933, vil. Kisselevo, Sharyinsk district) I extracted 1521 whole seeds (or, on an average, 76 seeds on 1 fir cone). Under this tree a young squirrel was working away at a fir cone thrown down by a crossbill.

It is known that fir cones, which ripen towards autumn, remain hanging on the tree with all their seeds through the whole following winter and begin to open (owing to desiccation) in spring, losing already the greater part of the seeds by the months of April—July. In this way, in case of a good fir-seed crop, the squirrel is well provided with food from about the middle of August (when the young cones begin to serve as food) to April—May of the next year. From that moment the winged far scatterig seeds of the fir (as far as 80 metres from the tree) are lost in the moss, picked up from the ground by birds, gathered by small rodents, and the

finding of those remaining cannot any longer ensure sufficient food for the squirrel. The cones thrown down by crossbills, being on the ground in the conditions of a damp environment, shut their scales tightly and keep their seeds for much more than a year. They are almost out of reach of the red-backed mice, as the cones yield badly to the gnawing of these small rodents. The immense quantity of cones thrown upon the ground by crossbills constitutes the food reserve of the squirrel, which would be lost for it, were is not for the activity of these small birds. Thus the squirrel has the possibility of profiting by a large crop of fir seeds not only during the first winter but also during the whole following summer, autumn, and second winter. Like many other kinds of trees, the fir is characterized by a total absence of any crop in the year following that of abundant crop. Such bad crops, like the preceding abundant ones, spread over immense territories. In these conditions the activity of the crossbills has to be regarded as being exceedingly important for the life of entire populations of squirrel. The crossbill turns out to be most useful to its antagonist..

The connexion perceived by the trappers between the appearance of the crossbill and the invasion and increase in numbers of the squirrel has much deeper roots than could be supposed.

The activity of the great spotted woodpecker is of a different character. From autumn till spring this bird feeds willingly upon the seeds of conifers, evidently preferring the cones of the pine. When the crop of these is bad, the woodpecker feeds on fir seeds, if there are firs. The number of seeds from 20 fir cones collected on October 15, 1933, under the ‚smithy' of a woodpecker (a hollow in the trunk of a tree where the cones are gripped by the bird when crunching them) was 133 or, on an average, 6.6 seeds per 1 cone. The woodpecker leaves 11 times fewer seeds than the crossbill, that is it uses them up almost completely. This bird does not provide any food reserve for the squirrel and can be considered, as regards food, a real competitor of this rodent.

Loboratory of Zoology,
Moscow State University.

Received
21. V. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] O. Kirchner, C. Loew u. C. Schröter. Lebensgeschichte der Blütenpflanzen Mitteleuropas. 1908. [2] С. В. Алексеев. К вопросу о плодоношении лесов Севера. 1932. S. Aleksejev. On the Seed Crops of the Northern Forests. 1932.

Академик Н. В. НАСОНОВ

ОБРАЗОВАНИЕ ХРЯЩА IN VITRO У АКСОЛОТЛЯ

В своей статье „Формообразование при вложении под кожу высушенной регенерационной почки у аксолотля“ (1) я пришел к заключению, что в высушенной регенерационной почке находится особое вещество, в результате действия которого на соединительную ткань получается хрящ. При этом я предполагал, что это вещество вносится под кожу высушенными клетками надхрящницы. Так как хрящ образуется из надхрящницы, и в опытах Фишера (2) при культурах in vitro хряща с тканью, содержащею фибробласты, из них получался хрящ, то естественно является предположение, что какое то вещество, действующее таким образом на фибробласты, находится также и в хряще.

Для того чтобы извлечь упомянутое вещество из тканей и убедиться, что оно действует на соединительную ткань таким образом, что из нее получается хрящ, я поставил ряд культур in vitro, выясняющий действие экстрактов из хряща у аксолотлей на их соединительную ткань. При этом я брал для экстрактов хрящи с оставшейся на них после препаровки надхрящницей; тем более, что очистить от надхрящницы достаточное для опытов количество хрящей, имеющих у аксолотлей небольшую величину, представляется крайне затруднительным и всегда остается сомнение в полном удалении ее.

При опытах ткани брались у аксолотлей, находящихся в возрасте около одного года, причем бралась рыхлая соединительная ткань из под кожи с боков передней области туловища. Это место представляется наиболее удобным в том отношении, что здесь для получения культур имеется достаточное количество подкожной соединительной ткани, которой вообще очень беден организм аксолотля. Но близость хрящей грудного пояса конечностей дает возможность предполагать, что при получении соединительной ткани вместе с фибробластами случайно может быть захвачено также некоторое количество хондриобластов. Дальнейшие исследования должны показать, в какой степени различные элементы соединительной ткани обладают способностью под влиянием экстрактов образовывать хрящ.

Соединительная ткань помещалась в плазму крови аксолотля, и к ней прибавлялся водный экстракт из хрящей этого животного. Для получения экстракта брались хрящи из tarsus'a и эпифизы от fibula, tibia и femur и нагревались в воде до 110°. Затем жидкость выпаривалась до тех пор, пока не начинала сгущаться.

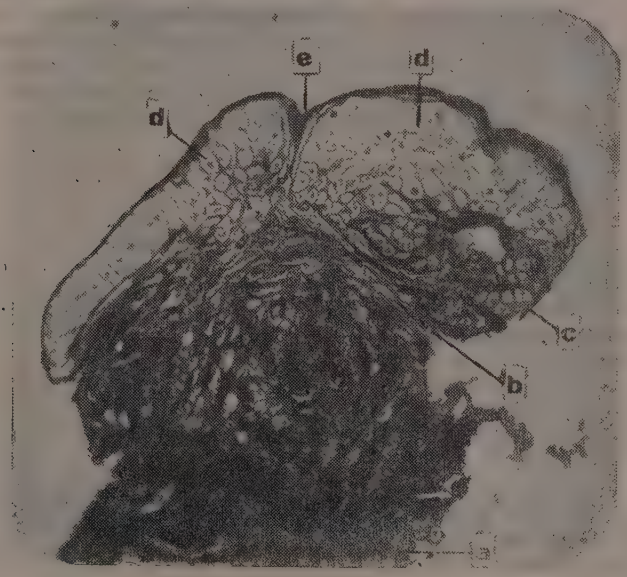
На другой день после посадки культуры на краю ее развивались прозрачные зоны, образующие большей или меньшей ширины выступы, которые на третий и четвертый день увеличивались. Иногда вся культура превращалась в прозрачный гиалиновый хрящ.

Культуры фиксировались по Флеммингу, Карнуа и Ценкеру и окрашивались эозин-азуром, по Маллори и гематоксилином с эозином.

На разрезах можно было ясно видеть (см. рисунок), что элементы эксплантированной соединительной ткани изменяются и превращаются в удлиненно овальные клетки, образуя как бы переходную зону (b). Здесь начинает появляться между клетками большое количество основного вещества, интенсивно окрашивающегося основными красками. Затем

клетки округляются (c), количество основного вещества увеличивается. В образовавшемся прозрачном выступе (d) видно значительное количество плотного основного вещества, в котором замурованы более или менее редко расположенные клетки. Большинство из них окружено базофильной капсулой. Таким образом, здесь мы видим типичный гиалиновый хрящ.

Кариокинетических фигур я не видел, но иногда встречались двуядерные клетки.



Разрез через четырехдневную культуру подкожной соединительной ткани аксолотля в плазме его крови и с прибавлением экстракта из его хрящей. Фиксация по Флеммингу. Окраска по Маллори.
a — соединительная ткань, b — переходная зона, c — округляющиеся фибробласты, d — хрящ, e — свернувшаяся плазма крови.
Section of a four-days-old culture of the subcutaneous connective tissue of an axolotl in the plasma of its blood with the addition of an extract from its cartilages. Fixed by Flemming's method, stained by that of Mallory.
a — connective tissue, b — transitional zone, c — rounding fibroblasts, d — cartilage, e — coagulated blood plasma.

На живых культурах в прозрачном выступе можно видеть удлиненно овальные клетки, несколько суженные на одном конце, причем в другом, более широком, помещается ядро и зернистая плазма. Некоторые же из этих клеток имеют сплошь зернистую плазму. Большинство клеток имеет округлую или овальную форму и снабжено иногда вакуолями. Между ними встречаются клетки с короткими выступами гиалиновой плазмы, что придает им большое сходство с амебами, обладающими короткими псевдоподиями. В прозрачной зоне в начале ее развития на краю ее наблюдается меньше клеток, и затем через некоторое время

число их здесь увеличивается. Это указывает на то, что некоторые из них в процессе развития этой зоны в большей или меньшей степени имеют возможность передвигаться в гиалиновом основном веществе, которое вероятно первоначально имеет более жидкую консистенцию и уплотняется по мере роста гиалиновой зоны.

На основании вышеизложенного, образование хряща в наших культурах можно, мне кажется, себе представить следующим образом. Продвигающиеся клетки, в отличие от таковых же в обычных культурах in vitro, с самого начала роста культуры окружены образующимся более плотным основным веществом. Это вещество соединяет клетки и препятствует им разрастаться так, как они разрастаются при обычных культурах in vitro. При этом клетки, распространяясь в основном веществе, все более нарастающем, округляются в нем, не выходя наружу. Основное вещество уплотняется, и получается ткань с характерными особенностями гиалинового хряща.

Такого рода хрящевую ткань я получал и без плазмы, в одном только хрящевом экстракте.

Таким образом, хрящевая ткань может получиться из соединительной ткани аксолотля без влияния живого хряща [Фишер, Данини, (3)] а действием вещества, содержащегося в надхрящнице или хряще, или же в обоих вместе.

Это вещество, которое я называю хондрогеном, повидимому различается по своему составу у различных животных. Изучая действие в культурах in vitro экстракта из хрящей лягушки на ее подкожную соединительную ткань, я не мог получить такого гиалинового хряща, какой получил при тех же условиях у аксолотлей. В культурах in vitro у лягушки наблюдалось большое увеличение основного вещества, в котором редко расположены, большею частью, округлые клетки, происшедшие из эксплантированных соединительнотканных элементов, но основное вещество здесь представляется гораздо менее плотным, чем у аксолотля, содержит большое количество волокон и имеет местами зернистую структуру. Подобные же картины у меня получались при действии экстракта из хряща аксолотля на подкожную соединительную ткань лягушки и при действии экстракта из хряща лягушки на ту же ткань аксолотля. При действии же экстракта из хряща кролика на подкожную соединительную ткань аксолотля я получил хрящ такой же, как при действии на ту же ткань экстракта из его же хряща.

Считаю необходимым сказать, что мои исследования в изложенном направлении еще не вполне закончены.

Приношу благодарность В. М. Смирновой и Е. Я. Личко за техническую помощь.

Лаборатория экспериментальной зоологии
и морфологии животных Академии Наук. Ленинград.

Поступило
14. VI. 1934.

EXPERIMENTAL ZOOLOGY

THE FORMATION OF CARTILAGE *IN VITRO* IN THE AXOLOTL

By N. NASSONOV

Member of the Academy

In my paper 'Formations Produced in the Axolotl by the Subcutaneous Insertion of a Desiccated Regeneration Bud' (1) I arrived at the conclusion that a special substance is present in a dried regeneration bud and that the action of this substance upon the connective tissue results in the formation of cartilage. I supposed that this substance was introduced under the skin by the dried cells of perichondrium. Since cartilage is formed of perichondrium, and in Fischer's experiments (2) cartilage was obtained from cultures *in vitro* of cartilage with a tissue containing fibroblasts, it is natural to surmise that some substance acting in such a manner upon fibroblasts is present in cartilage also.

In order to extract the substance referred to and satisfy oneself of the fact that it acts upon connective tissue so as to cause the formation of cartilage, I prepared a number of cultures *in vitro* showing the action of extracts from the cartilage of axolotls upon the connective tissue. Cartilages on which some perichondrium was left were used for the extracts; it is extremely difficult to free cartilages of perichondrium in a quantity sufficient for experiments, as the cartilages in axolotls are small-sized, and there is always room for doubt as to the completeness of the removal of perichondrium.

Tissues for the experiments were taken from axolotls aged about 1 year, the loose connective tissue from under the skin on the sides of the anterior part of the body being used. This place is the most suitable since there is a sufficient amount of subcutaneous connective tissue there for obtaining cultures (the organism of the axolotl is in general poorly provided with this tissue). However, the proximity of the cartilages of the pectoral girdle justifies the supposition to the effect that in obtaining connective tissue a certain number of chondrioblasts may be accidentally taken together with fibroblasts. Further investigations must show to what an extent different elements of connective tissue are capable of forming cartilage under the influence of extracts.

The connective tissue was placed in the blood plasma of an axolotl, and water extract from the cartilages of this animal was added. In order to obtain the extract, cartilages from the tarsus and epiphyses from the fibula, tibia, and femur were taken and heated in water up to a temperature of 110°. Then the liquid was evaporated until it began to thicken.

The next day on the edge of the culture there appeared transparent zones forming projections of greater or smaller breadth. On the third and fourth days these projections grew. Sometimes the whole culture turned into a hyaline cartilage.

The cultures were fixed by the methods of Flemming, Carnoy, and Zenker and stained with eosin-azure, by Mallory's method, and with haematoxylin and eosin.

From the examination of the sections it was clear (see the figure on p. 203) that the elements of the explanted connective tissue change and

turn into elongated oval cells, forming a transitional zone, as it were (b). A great amount of ground substance begins to form here between the cells. This substance readily takes on primary colours. Then the cells round up (c) and the amount of ground substance increases. In the resulting transparent projection (d) a considerable amount of compact ground substance is seen, in which more or less sparsely distributed cells are included. Most of them are surrounded by a basophilic capsule. Thus a typical hyaline cartilage is to be observed here.

I did not see any karyokinetic figures, but binuclear cells were sometimes observed to occur.

In transparent projections of living cultures there are to be seen elongated oval cells somewhat tapering at one end, the broader other end being occupied by the nucleus and granular plasma. The plasma of some of these cells is granular throughout. Most of the cells are of a rounded or oval shape and are sometimes supplied with vacuoles. Among them there were found cells with short projections of the hyaline plasma, which made them very similar to amoebae with short pseudopodia. On the edge of the transparent zone, at the beginning of its development, a smaller number of cells is to be observed, and then their number increases. This shows that while the zone develops some of them are more or less capable of moving in the hyaline ground substance, which probably is at first of a more liquid consistence and thickens with the growth of the hyaline zone.

To all appearance, according to what has been set forth above, the formation of cartilage in our cultures may be described as follows. The moving cells, unlike those of the usual cultures *in vitro*, are surrounded by a more compact ground substance from the very beginning of the growth of the cultures. This substance joins the cells and prevents them from spreading as they do in the usual cultures *in vitro*. The cells spead in the growing ground substance and get rounded without coming out of it. The ground substance becomes more compact, and a tissue possessing the characteristics of the hyaline cartilage is formed.

I have obtained such a cartilaginous tissue without plasma also, in cartilage extract alone.

Thus, cartilaginous tissue can form from the connective tissue of the axolotl without the influence of a living cartilage [Fischer, Danini, (5)] merely by the action of the substance contained in perichondrium or cartilage or in both.

The composition of this substance, which I call chondrogene, seems to vary in different animals.

While studying the effect of an extract from the cartilages of a frog upon its subcutaneous connective tissue in cultures *in vitro*, I have not been able to obtain such a hyaline cartilage as I have in axolotls under the same conditions. In cultures *in vitro* of a frog there has been observed a great increase of ground substance, in which rounded, for the most part, cells, formed from explanted connective tissue elements, are thinly distributed. But ground substance is much less compact here than in baxolotls, contains a great number of fibres, and is in places of a granular texture. Similar results have been obtained when an extract from the cartilage of an axolotl acted upon the subcutaneous connective tissue of a frog.

and an extract from the cartilage of a frog acted upon the same tissue of an axolotl.

The action of an extract from the cartilage of a rabbit upon the subcutaneous connective tissue of an axolotl resulted in a cartilage similar to that obtained when an extract from the cartilage of an axolotl acted upon the same tissue.

It is necessary to point out that my investigations on these lines have not yet been completed.

I wish to express my gratitude to V. Smirnova and E. Lička for their technical help.

Laboratory of Experimental Zoology and Morphology of Animals, Academy of Sciences. Leningrad.

Received 14. V. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] ДАН, 1934, т. II, № 5, стр. 525. C. R. Acad. Sci. URSS, 1934, v. II, № 5. p. 528. [2] Arch. f. Entw.-Mech., 1931. [3] Извест. Биол. научн.-исслед. инст. Перм. унив. т. VII. Bull. Biol. Inst. Perm. Univ., v. VII.

Поправка. В статье С. А. Арцыбышева (ДАН, 1934, т. III, № 1) следует добавить к рисунку на стр. 23 следующее объяснение:

1. Теоретическая кривая коллоида меди каменной соли.
2. Кривая поглощения шапочки, полученной при аддитивной окраске.
3. Кривая поглощения шапочки около медного анода.
4. Кривая поглощения температурованного кристалла.

Berichtigung. In Aufsatze von S. Arcybyšev (C. R. Acad. Sci. URSS, v. III, № 1) ist zur Abbildung, S. 23, folgende Erläuterung hinzuzufügen:

1. Theoretische Kurve des Kupferkolloids in Steinsalz.
2. Absorptionskurve des bei additiver Verfärbung erhaltenen Käppchens.
3. Absorptionskurve des Käppchens an der Kupferanode.
4. Absorptionskurve eines temperierten Kristalls.

ХРОНИКА

ИТОГИ II ВСЕСОЮЗНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО СЪЕЗДА

С 24 по 30 июня происходил в Ленинграде II Всесоюзный математический съезд (см. ДАН, 1934, т. II, № 8, стр. 517). В работах съезда принимали участие 689 представителей от 40 различных городов СССР.

На пленарных заседаниях съезда были прочитаны 14 обзорных докладов, на секционных заседаниях было сделано 248 научных сообщений.

На специальном заседании съезда 28 июня был подвергнут обсуждению вопрос о развитии научной работы по математике в СССР и задачах научно-исследовательских институтов. Доклады по этому вопросу были сделаны А. Н. Колмогоровым (Москва) и В. И. Смирновым (Ленинград), с содокладами выступили А. К. Сушкевич (Харьков), М. Ф. Кравчук (Киев), Н. Г. Чеботарев (Казань), Л. А. Вишневский (Томск).

По этим докладам съезда принята резолюция, в которой дается характеристика развития математики в СССР и намечены мероприятия к созданию наиболее благоприятных условий развития математики по следующим разделам: 1) развитие научно-исследовательских учреждений; 2) вопросы планирования математики; 3) о кадрах; 4) обмен научными силами и специализированные конференции; 5) издание математической литературы и журналов; 6) математические общества; 7) история и философия математики; 8) работы по приближенным вычислениям; 9) математические олимпиады для молодежи, оканчивающей среднюю школу.

Съезд избрал Совет Всесоюзной математической ассоциации из 41 человека и Президиум Всесоюзной математической ассоциации в составе О. Ю. Шмидта, В. И. Смирнова, Б. И. Сегала, А. Н. Колмогорова и М. Я. Выгодского. Председателем ассоциации избран О. Ю. Шмидт.

Труды съезда будут изданы в 2 томах на русском языке.

ANNOUNCEMENT

RESULTS OF THE WORK OF THE SECOND ALL-UNION MATHEMATICAL CONGRESS

The Second All-Union Mathematical Congress took place in Leningrad from the 24th to the 30th of June (see C. R. Acad. Sci. URSS, v. II, No 8, p. 519). 689 representatives sent by 40 towns of the USSR participated in the Congress.

14 papers affording general surveys were read at the plenary sittings of the Congress, 248 special papers were read at the sectional sittings

On June 28 a special sitting of the Congress discussed the problem of the development of scientific work on mathematics in the USSR and the tasks to be performed by research institutes.

A. Kolmogorov (Moscow) and V. Smirnov (Leningrad) reported on the subject, A. Suškevič (Kharkov), M. Kravčuk (Kiev), N. Čebotarev (Kazan), and Višnevskij (Tomsk) being co-reporters. The Congress adopted a resolution dealing with the development of mathematics in the USSR and suggesting steps to be taken in order to secure the most favourable conditions for the development of mathematics. The resolution contains the folowing items: 1) the development of research institutes; 2) the planning of mathematics; 3) cadres; 4) the exchange of scientific forces and specialized conferences; 5) the issuing of mathematical literature and periodicals; 6) mathematical societies; 7) history and philosophy of mathematics; 8) work on approximate calculations; 9) mathematical olympiads for the youth of secondary schools.

The Congress elected the Council of the All-Union Mathematical Association consisting of 41 members and the Presidium of the All-Union Mathematical Association consisting of O. Schmidt, V. Smirnov, B. Segal, A. Kolmogorov, and M. Vygodskij as its members. O. Schmidt was elected president of the Association.

The proceedings of the Congress are to be published in two volumes in Russian.